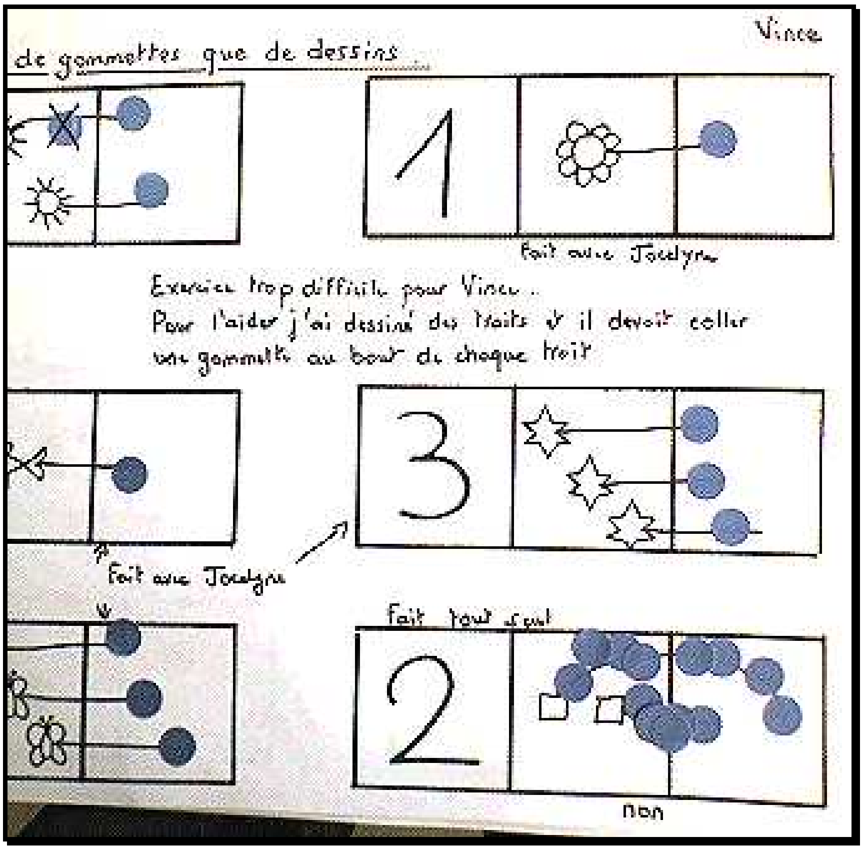
LE CAFE PEDAGOGIQUE
Toute l'actualité pédagogique sur Internet

Le calcul à l'école primaire…



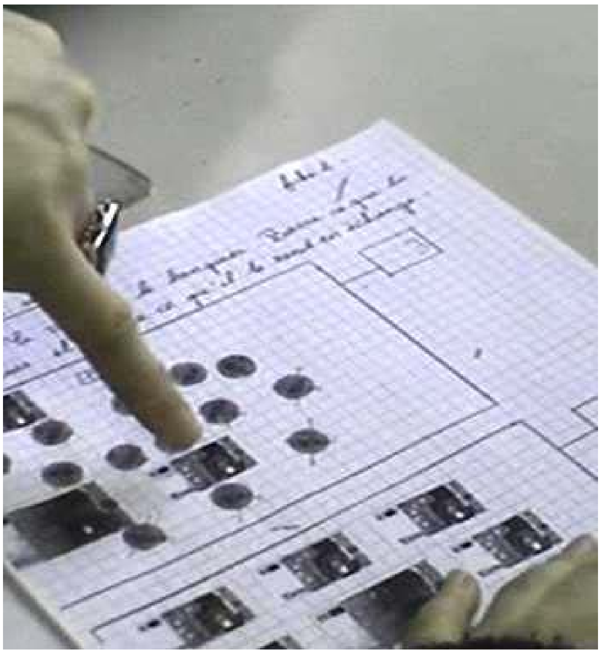
Pas si simple ?

Posons le problème…

Patrick Picard, Le Café Pédagogique

Avez-vous déjà déjà vu un élève de CP redoubler parce qu'il ne savait pas ses tables de calcul ou qu'il ne maîtrisait pas bien l'addition ? Sans doute rarement. Contrairement à sa performance en lecture, véritable épée de Damoclès suspendue au-dessus de son avenir scolaire, les compétences réelles en calcul restent souvent peu discriminantes au cycle II. Pourtant, dès les évaluations faites au CE2, on constate des écarts de performance qui inquiètent les enseignants : « Il confond les chiffres et les nombres ! » ; « Il n'arrive pas à maîtriser les techniques opératoires » ; « Il passe un temps fou sur les calculs »…

Et quand on interroge des enseignants sur les difficultés que rencontrent leurs élèves, ils citent prioritairement la numération décimale (beaucoup de difficultés ultérieures –retenues, sens de l'opération, fractions…) étant liées à un manque de compréhension de ce concept-clé. Ils évoquent aussi la difficulté à entrer dans un raisonnement, à garder en mémoire les résultats intermédiaires avant d'arriver à la solution finale, à réfléchir avant de se lancer dans des calculs frénétiques, à utiliser ce qu'ils savent faire en calcul dans les problèmes…



C'est donc bien que le calcul, comme la lecture, mérite bien un débat sérieux. Comme pour la lecture, nombre de connaissances, notamment en psychologie, viennent nourrir le débat et permettre à l'enseignant un large pouvoir d'agir. En effet, les apprentissages mathématiques à l'école élémentaire relèvent tellement de l'implicite, pour tout adulte non spécialiste, qu'il est fondamental d'interroger, d'un point de vue historique, social, mathématique, didactique, ces savoirs « incorporés », dans le but de mieux comprendre quelles difficultés ils peuvent poser à l'élève, si l'enseignant n'y prend pas garde, s'il ne s'est pas penché professionnellement sur la question.

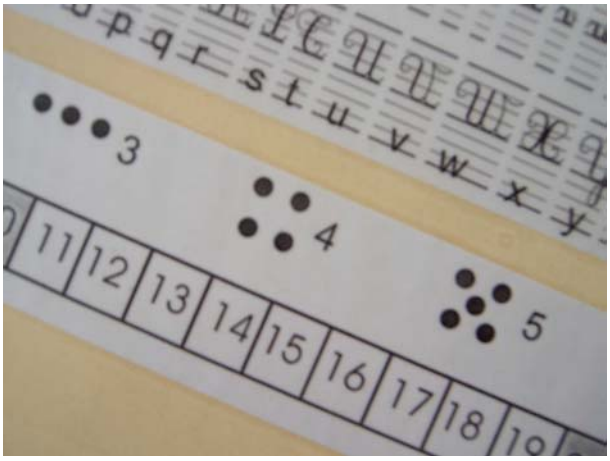
Le Café a publié, il y a quelques semaines, plusieurs contributions réagissant au texte de Rémi Brissiaud intitulé : « Calcul et résolution de problèmes arithmétiques : il n'y a pas de paradis pédagogique perdu »
http://www.cafepedagogique.net/dossiers/contribs/calcul.php
Nous n'osons pas ici trancher sur ce qui peut faire débat, mais répondre à la demande de lecteurs d'un « état des lieux » de la question du calcul à l'Ecole primaire, en tentant d'être accessible au plus grand nombre sur des questions qui ne sont tout de même pas simples…

Dans ce dossier, nous tenterons donc une brève synthèse des récents apports des grandes théories de la recherche, et nous donnons la parole à quelques acteurs qui viendront à nouveau éclairer le débat de leur point de vue. Le lecteur attentif comprendra que les focales sont multiples et les points de vue argumentés, pas toujours résumables en un nombre de signes raisonnables. Le Café ne craint pas le débat, pour peu qu'il soit constructif. Et il fait pour cela le pari que les débats sur l'enseignement calcul à l'école ne se résument pas à deux idées toutes faites…

On y comprendra qu'il en est pour le calcul comme pour la lecture : c'est bien toujours de compréhension qu'il est question, d'outillage culturel progressivement construit par l'humanité pour agir et penser le monde. Et pour faire ce chemin, là aussi, deux pistes imbriquées à suivre pour l'enseignant :

- une interrogation exigeante de la manière dont les différentes civilisations ont réglé, pas à pas, et parfois avec des solutions très variées, les problèmes qui se sont posés à elles pour compter, mesurer, comparer, fabriquer… et donc des difficultés que peut poser à l'élève un enseignement qui ne prendrait pas la peine d'examiner les difficultés conceptuelles que peuvent représenter, pour un jeune enfant, un langage très symbolique comme celui de mathématiques, véritable synthèse de milliers d'années d'inventions humaines,
- mais aussi l'impérieuse nécessité d'organiser aussi à l'école ce qui ne peut que rarement être fait à l'extérieur, sauf pour les plus favorisés des élèves : l'entraînement, la mémorisation, la catégorisation, la construction et la comparaison de plusieurs « manières de faire », pour arriver progressivement à l'automatisation des plus efficaces, libérant ainsi autant de ressources mentales disponibles pour penser le problème posé.

Ce n'est qu'à ce prix que les difficultés aujourd'hui constatées dans les évaluations des différents niveaux de la scolarité obligatoire pourront aussi être prises pour objectif prioritaires.



Sommaire du dossier :

1. Quelques données issues de la psychologie
2. Les programmes
3. Et en maternelle ?
4. Le calcul mental, ça s'enseigne ? Expérience de terrain
5. Ressources en ligne et bibliographie

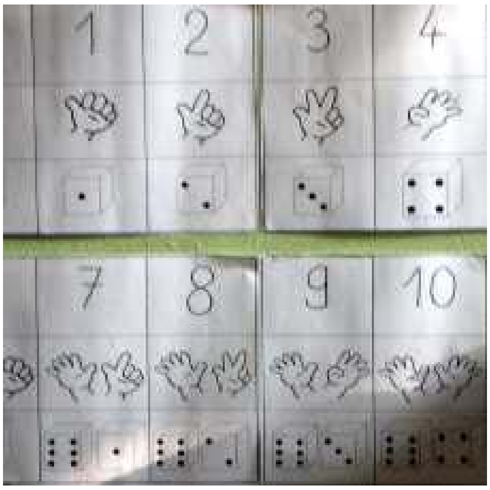
6. De nouveaux points de vue de chercheurs :
    a. Enseigner la numération décimale (O. Bassis)
    b. L'Age du Capitaine, François Boule,
    c. Point de situation à la rentrée 2006, Rémi Brissiaud.

On se reportera aussi aux contributions déjà parues à :
http://cafepedagogique.net/dossiers/contribs/calcul.php

Dossier coordonné par Patrick Picard
patrick.picard@wanadoo.fr

Quelques données issues de la recherche en psychologie…

Synthèse : Patrick Picard, Café Pédagogique



Trois représentations du nombre

Les nombres interviennent sous divers aspects dans l'environnement de l'enfant dès l'école maternelle.
François Boule en distingue trois :
– sous forme *verbale*. Il s'agit de la liste des **noms de nombres,** qui permet de compter. Cette liste est entendue étudiée à l'école, mais largement aussi au dehors, dans la famille notamment où elle est bien souvent répétée et renforcée ; cette pression sociale (comme celle qui s'exerce à propos de la lecture) en fait souvent pour l'enfant un instrument de promotion : savoir compter, c'est être grand.
– sous forme *imagée* (visuelle) de “constellations”. C’est le cas des dominos ou des cartes à jouer, qu’un rapide apprentissage fait lire globalement, plutôt qu’analyser.
– sous une forme *écrite* symbolique, **chiffrée.**
Les nombres, comme les mots, participent de l'environnement écrit de l'enfant, et il est amené à reconnaître des écritures chiffrées dans de nombreuses circonstances : numéros des immeubles, ou des étages dans un ascenseur, indications du calendrier, pagination d'un livre, etc. C'est donc une occurence des nombres que l'enfant appréhende d'abord par sa *fonction.*

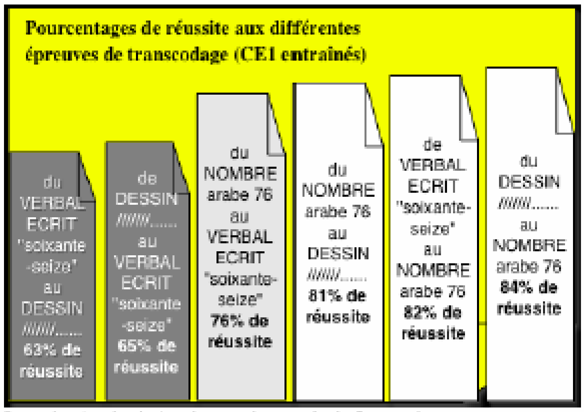
Les représentations mentales

Les différents usages des nombres (comptage, dénombrement, calcul…) font intervenir des évocations mentales. Ces *représentations internes* évoluent et se diversifient à mesure que s’étendent les connaissances sur les nombres. L’objet de ce qui suit est de recenser ces différents types de représentations et leur usage. Le développement d’une représentation nouvelle se conjugue avec les précédentes, sans les remplacer, ni se juxtaposer exactement. Cette évolution ne s’achève pas à la fin de l’école : l’usage des nombres négatifs (au collège), puis des Réels (au lycée) engendrent de nouveaux enrichissement de ces représentations…

La numération
C’est au C.P. que l’on systématise l’étude de la numération **écrite** (chiffrée). Il en résulte une nouvelle représentation des nombres, qui fait découvrir aux enfants que l’on peut écrire des nombres “*aussi grands que l’on veut*”, alors que les représentations précédentes avaient par définition un champ limité. Cet aspect est de nature **algorithmique** : la production de nouveaux nombres est gouvernée par une régularité : tout se passe entre 20 et 30 comme entre 30 et 40, comme entre 40 et 50…
Toutefois, cette numération écrite dont le champ est illimité est assortie d’une numération **orale** qui n’est pas aussi simple, parce que moins régulière, surtout en français (irrégularités entre dix et vingt, puis entre soixante-dix et et quatre vingt dix-neuf.

Les difficultés du transcodage

Jarlegan, Fayol et Barrouillet (1996) ont étudié plus de 200 enfants francophones de CE1 entraînés à l'utilisation du matériel les performances dans des opérations de transcodage entre trois codes : code verbal écrit (« treize »), code arabe (« 13 ») et code analogique (petits carrés 1x1 cm pour les unités, des réglettes de 10x1 cm pour les dizaines, des carrés de 10x10 cm pour les centaines... Les données ont montré des écarts importants de performance :



Les irrégularités du code verbal français, notamment pour les dizaines complexes et pour les nombres les incluant, étaient à l'origine de la faiblesse des performances.
Les auteurs formulent donc des propositions didactiques. En effet, savoir passer du code alphabétique au code digital (et inversement) est une chose, mobiliser la signification précise de chacun des éléments constitutifs de ces écritures en est une autre. Une telle mobilisation nécessite d'exercer les élèves à mettre systématiquement en relation les différentes modalités de présentation des nombres (verbale orale, digitale ou alphabétique) avec des représentations analogiques matérielles (par le biais de divers matériels

didactiques : jetons, bûchettes, blocs logiques ...) ou figuratives. Cette mise en relation systématique est susceptible d'associer les differents codages et les différentes représentations du nombre de sorte que ces formes apparaissent progressivement comme diverses facettes d'un même objet de connaissance. Parmi les exercices consistant à passer d'une modalité de codage à une autre, l'accent devrait être plus particulièrement mis sur le passage du code alphabétique vers la représentation (et inversement) qui, au CE1, reste encore mal maîtrisé (surtout sur les structures complexes) vraisemblablement en raison de l'opacité de la structure décimale dans ses dénominations.
Pour une information plus détaillée sur la question :
http://wwwpsy.univ-bpclermont.fr/lapsco/membres/articles/fayol-camos-roussel00.pdf

Difficulté spécifique de la numération en français

Plusieurs chercheurs font une analyse convergente dans leurs travaux sur la comparaison des performances entre enfants de différents pays. Pour eux, l'organisation linguistique du système de dénomination verbale des quantités fait apparaître un lexique fini et une syntaxe traduisant des relations d'abord additives (vingt-quatre, cinquante-six) puis multiplicatives (quatre-vingts ; deux cents)

Exemples d'expressions numériques en Anglais, Chinois et Français :

	Français	Anglais	Chinois
1	un, une	one	yi
2	deux	two	er
3	trois	three	san
10	dix	ten	shi
11	onze	eleven	shi yi
12	douze	twelve	shi er
13	treize	thirteen	shi san
20	vingt	twenty	er shi
21	vingt et un	twenty-one	er shi yi
22	vingt-deux	twenty-two	er shi er
23	vingt-trois	twenty-three	er shi san

En conséquence, d'une part, les jeunes Français (et, en général, les jeunes occidentaux) doivent apprendre par coeur la suite des dénominations, au moins jusqu'à 16. Au-delà, le système verbal devient plus régulier : dix-sept, vingt-cinq. Il s'ensuit que leurs performances sont significativement inférieures à celles des jeunes Chinois dès que ceux-ci doivent compter au-delà de 10 : les jeunes Chinois comptent mieux et plus loin que leurs pairs anglophones, une supériorité qui se maintient tout au long de la scolarité élémentaire, voire au-delà, si des activités spécifiques ne sont pas mises en place.
En effet, on peut compter jusqu'à 432 en suivant la file numérique (1,2, 3, 4 ... jusqu'à 432), mais aussi en changeant d'unité : 4 centaines (un cent, deux cents, trois cents, quatre cents), 3 dizaines... Donc, compter des cents, c'est comme compter des dix... ou compter des unités.
Quand on demande de construire une collection de 42, tous les enfants coréens utilisent les barres de 10 quand aux USA, un enfant sur deux ne le fait pas. **A-t-il bien compris que la barre de dix est à la fois une grande unité, et formée sur 10 petites unités ? C'est ce qui fait la différence entre les enfants en difficultés (qui n'accèdent pas au double sens de la barre de 10).**

D'où l'idée, dans ses manuels, d'enseigner les deux suites verbales (dix-un, dix-deux, dix-trois... mais aussi onze, douze, treize...), afin d'aider les enfants à construire la correspondance.

Construire les équivalences de procédures

Une des théorisations intéressantes, popularisée notamment par Rémi Brissiaud, est que l'élève peut utiliser plusieurs « procédures » pour réaliser une opération mathématiques, dont certaines (les plus expertes) ne peuvent qu'être enseignées à l'école. Par exemple, pour compter 10 rangées de 4 peupliers, on peut :

- dessiner une rangée de 4 bâtons, puis une autre… jusqu'à arriver à 10 rangées, puis recompter un à un les bâtons (niveau 1)
- compter mentalement, ou en comptant sur ses doigts, 4, plus 4, plus 4… (niveau 2)
- comprendre tout de suite qu'il s'agit d'une situation multplicative, et aller chercher le résultat de 10 x 4, lui même équivalent à 4 x 10 (parce qu'il a compris la numération décimale) et énoncer le résultat (niveau 3)

Le rôle de l'Ecole est alors d'enseigner explicitement l'équivalence de ces procédures, en amenant progressivement à utiliser les plus efficaces. En gommant trop vite l'usage des niveaux 1 et 2 (qu'un enfant peut apprendre sans l'école), on risque d'apprendre les procédures de niveau 3 en laissant en place dans l'esprit des élèves les plus archaïques. Pour passer au niveau 3, il faut « réorganiser l'expérience quotidienne », et accéder à une nouvelle conceptualisation du monde. Le maître doit donc sans arrêt « jouer « avec les continuités et les ruptures : parfois, utiliser le niveau 1 permet de « schématiser la

situation », ce qui permet d'abstraire les propriétés de la situation (on n'a pas besoin de dessiner des pommes et un panier, des croix et un rond suffisent) ; mais si on y reste, on ne comprendra jamais ce qu'il y a de commun entre « compter des fruits » et « compter des élèves ». L'enseignant doit donc jouer toute sa place : ni se contenter d'attendre des découvertes qui devraine se faire « toutes seules »
Dans un autre ordre d'idée, ces psychologues pensent qu'une des difficultés est que certaines situations de problèmes laissent entendre qu'ils peuvent se résoudre par un type d'opération, alors qu'on va les résoudre par une autre. Ainsi, pour résoudre « Jean avait 28 billes, il en a gagné, et maintenant il en a 54 », l'enfant va devoir avoir recours à une soustraction alors que le problème parle de gain. A l'inverse, dans « Il avait 21 billes, il en a perdu 17, il sera plus facile d'avoir recours à 17+…= 21 pour trouver la solution.

La place de la question dans un problème...

Fayol, Abdi & Gombert (1987) ont observé qu'il suffisait de placer la question au début des énoncés de problèmes de transformation pour entraîner une amélioration des performances, notamment plus accusée chez les plus faibles.

Taux de réussite à des problèmes :

	Question au début	Question à la fin
Bon calculateur bon lecteur	28	26
Bon calculateur faible lecteur	24	19
Faible calculateur bon lecteur	24	17
Faible calculateur faible lecteur	21	12

Ces résultats sont compatibles avec les faits mis en évidence relativement à la lecture/compréhension de textes. Pour la plupart des faibles compreneurs, et sans doute, des faibles en arithmétique, ce ne sont pas d'abord les aspects conceptuels qui posent problème. Le sens des opérations, les conditions de leurs emplois semblent relativement précocement acquis. En revanche, la capacité à élaborer une représentation de la situation décrite à partir de l'énoncé et à conserver parallèlement les données pour les traiter une fois la question formulée se révèle très difficile pour la plupart des enfants.
Leur indiquer d'emblée par l'énoncé de la question ce qu'ils auront à faire allège donc les traitements et/ou le stockage et induit une amélioration significative des scores.

Entendre l'erreur et aider l'élève à « chercher »

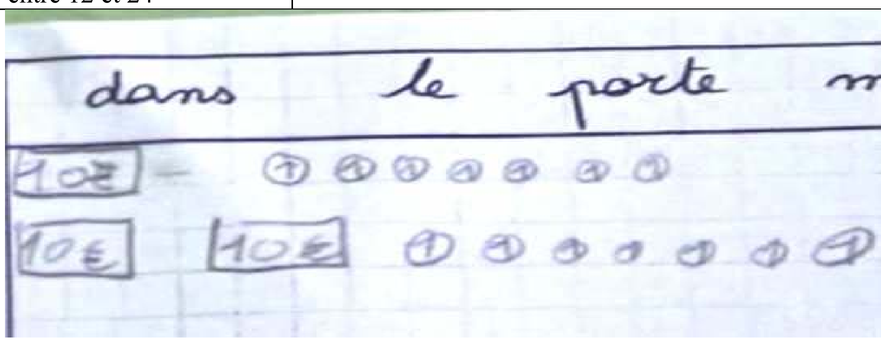
En sortant de l'école primaire, beaucoup d'enfants ne savent pas encore ce que signifie le mot « chercher ». Beaucoup pensent qu'il faut « chercher » dans sa tête la solution déjà stockée (au sens de chercher un trésor) au lieu de se mettre à bidouiller pour fabriquer une réponse qui n'est pas toute faite, qui est à construire, qui est originale... Donc, quand je suis face à un problème, l'école ne m'apprend pas assez à me situer dans « je me débrouille » pour trouver. Roland Charnay, par exemple, demande donc à l'enseignant d'avoir un comportement professionnel de nature à lever ces difficultés :

- Entendre l'élève (ne pas s'arrêter à la réponse, faire expliciter le cheminement (entretien d'explicitation sur « comment » plutôt que sur « pourquoi », afin de voir si l'élève évoque une règle ou une « connaissance en acte ».
- Essayer de comprendre (faire des hypothèses sur les origines de son cheminement, le référer à un cadre interprétatif théorique
- Aider l'élève à prendre conscience de son processus (ne pas le centrer uniquement sur la réponse, le faire expliciter à d'autres)
- Aider à prendre conscience de l'existence d'autres processus possibles (explicitations mutuelles, formulations orales ou écrites)
- Provoquer des conflits socio-cognitifs (pointer les idées opposées, les mettre en débat, inciter à la recherche d'une vérité, indépendante de l'adulte)
- Provoquer des conflits cognitifs (situation problème, validation indépendante du maître)

Que disent les programmes ?

COMPETENCES NUMERATION, PROGRAMME CYCLE II
Documents d'accompagnement des programmes

COMPETENCES VISEES	Activités
Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels (inférieurs à 1000)	
Dénombrer et réaliser des quantités en utilisant le comptage un à un, ou des groupements et des échanges par dizaines, ou des groupements et des échanges par dizaines et centaines.	Utilisation d'une bande numérique ou d'une ligne graduée en début d'apprentissage Entraînement aux perceptions globales (jusqu'à 5), montrer le nombre sur les doigts
Comprendre et déterminer la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale d'un nombre.	Privilégier les activités de groupement, avec matériel, plutôt que les activités d'échanges (qui nécessitent de distinguer valeur et quantité, à réserver à la monnaie au CE1) Ne pas forcer sur « dizaine » ou « centaine » tant que « paquet de dix » ou « paquet de cent » ne sont pas maîtrisées
Produire des suites orales et écrites de nombres de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100 (en avant et en arrière, à partir de n'importe quel nombre), en particulier citer le nombre qui suit ou qui précède un nombre donné.	S'assurer que les élèves comprennent l'équivalence entre « ajouter 1 » (ou retrancher 1) et « avancer d'une case » (ou reculer d'une case) sur la file numérique Utiliser des compteurs ou calculatrices
Associer les désignations chiffrées et orales des nombres de 1 à 30, de 1 à 99, de 1 à 999.	Trois étapes : 1/9, 20/59 (avec appui sur les régularités de vingt, trente, quarante, cinquante), puis étude spécifique 60/79, 80/99 (CE1 pour beaucoup d'élèves) Puis nombres de trois chiffres sans difficulté particulière (insister sur « on dit la centaine, puis on groupe dizaine et unité comme on sait le faire pour les nombres<100) N'introduire l'écriture littérale que très progressivement, lorsque l'oral est bien maîtrisé. Aider pour l'orthographe.
Ordre sur les nombres entiers naturels	
Comparer, ranger, encadrer des nombres (en particulier entre deux dizaines consécutives ou entre deux centaines consécutives).	Différentier le notion de l'utilisation (ultérieure) du symbole < ou > (à référer à = comme signe d'égalité entre deux écritures et pas seulement le signe indiquant un résultat) Faire le lien avec les pages d'un livre (p34 avant p45) Amorcer la réflexion sur « 132 est entre 100 et 200, mais plus près de 100 »
Situer des nombres (ou repérer une position par un nombre) sur une ligne graduée de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100.	
Relations arithmétiques entre les nombres entiers naturels	
Connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant: doubles des nombres inférieurs à 10, des dizaines entières inférieures à 100, moitié de 2, 4, 6, 8, 10, 20, 40, 60, 80.	A partir de la construction de la numération décimale (étape primordiale, longue et décisive), importance décisive de l'entraînement au calcul mental (voir document spécifique)
Connaître et utiliser les relations entre des nombres d'usage courant : entre 5 et 10 ; entre 25 et 50 ; entre 50 et 100 ; entre 15 et 30, entre 30 et 60 ; entre 12 et 24	La moitié de 20, 30 ou 50 peuvent être automatisées en fin de cII, mais 70 ou 90 sont à travailler en calcul réfléchi, notamment à l'oral (moitié de 70 = moitié de 60 plus moitié de 10)



DANS QUELS PROBLEMES ?

Le sens des nombres et des opérations s'élabore à travers la résolution de quelques grandes catégories de problèmes :
- exprimer et garder en mémoire
- une quantité,
- une position dans une liste rangée,
- le résultat d'un mesurage ;
- comparer des quantités ou des grandeurs, notamment lorsque les collections ou les objets sont matériellement éloignés l'une de l'autre ;
- prévoir quel sera le résultat d'actions sur des quantités, des positions ou des grandeurs (augmentation, diminution, réunion, partage, déplacement...).

DIRE EN MATHEMATIQUES

Les moments de mise en commun, d'explicitation des démarches et des résultats, d'échange d'arguments à propos de leur validité, se déroulent essentiellement de manière orale. On veillera, dans ces moments, à maintenir un équilibre entre les formulations spontanées utilisées par les élèves et la volonté de mettre en place un langage plus élaboré.
Cette volonté ne doit pas freiner l'expression des élèves. Les moments de reformulation et de synthèse sont davantage l'occasion de mettre en place un vocabulaire et une syntaxe corrects.

Écrire en mathématiques

Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes :
– les écrits de type «recherche» correspondent au travail privé de l'élève. Ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire au cours de la résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement
de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger ;
– les écrits destinés à être communiqués et discutés peuvent prendre des formes diverses (par exemple, affiche, transparent). Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées ;
– les écrits de référence sont élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe. Ils sont donc destinés à être conservés et doivent être rédigés dans une forme correcte.
Ce n'est que progressivement que ces trois types d'écrits seront bien distingués, notamment au cycle 3.
L'exigence syntaxique ou graphique (soin, présentation) varie également selon la finalité de la trace
écrite, et ne doit pas faire obstacle à l'objectif principal qui reste l'activité de réflexion mathématique.
On sera attentif en particulier à ne pas se limiter à des formes stéréotypées, sécurisantes, mais pour lesquelles l'exigence formelle prime trop souvent sur le contenu de l'explication.
L'attention doit également être attirée sur l'importance de la synthèse effectuée au terme d'un apprentissage. Celle-ci peut permettre d'élaborer un écrit trouvant sa place dans un aide-mémoire ou un mémento dans lesquels sont consignés les savoirs essentiels.

Matériel et manipulations

Photo Morguefile

Le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou sur des expériences. Le matériel présent dans la classe doit donc être riche, varié et mis à disposition des élèves: cubes, jetons, bouliers, compteurs, instruments de géométrie et de mesure, jeux, etc.

Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience. C'est dans ce dernier cas que l'élève fait des mathématiques.

Un exemple très simple permet de comprendre cette distinction. Au début du cycle 2, lorsque l'enseignant place sur la table 5 cubes rouges et 3 cubes bleus et demande aux élèves combien il y a de cubes sur la table, il provoque une activité de simple dénombrement, suffisante pour donner la réponse. Lorsqu'il place successivement les 5 cubes rouges et les 3 cubes bleus dans une boîte opaque et, après avoir fermé la boîte, pose la même question aux élèves, il oblige l'élève à trouver un moyen pour construire la réponse. Le dénombrement effectif des cubes dans la boîte ne servira pas alors à lire la réponse, mais à vérifier si la réponse construite est correcte ou non. C'est dans des activités de ce type que les élèves peuvent commencer à percevoir la puissance de leurs connaissances mathématiques, même si celles-ci sont encore modestes.

Le calcul mental

« Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper la place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière, dès le cycle 2. Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne (que ce soit pour obtenir un résultat exact ou pour évaluer un ordre de grandeur). Elle est nécessaire également à une bonne compréhension de certaines notions mathématiques (traitements relatifs à la proportionnalité, compréhension du calcul sur les nombres relatifs ou sur les fractions au collège…). Et surtout, une pratique régulière du calcul mental réfléchi permet de familiariser les élèves avec les nombres et d'approcher (en situation) certaines propriétés des opérations (cf. les différentes méthodes utilisables pour calculer 37 + 18 ou 25 x 16). Dans ce domaine particulièrement, il convient de distinguer ce qu'il faut mémoriser ou automatiser (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure…) et ce qu'il faut être capable de reconstruire (et qui relève du calcul réfléchi : idée de rendre plus simple un calcul, souvent en procédant par étapes plus nombreuses, mais en s'appuyant sur ce qui est connu). L'exploitation des diverses procédures mises en oeuvre par les élèves pour un même calcul permet de mettre l'accent sur les raisonnements mobilisés et sur les propriétés des nombres et des opérations utilisées " en acte " (certains parlent d'ailleurs à ce sujet de calcul raisonné)

Le calcul à la maternelle

Les documents officiels

Les programmes de l'école maternelle :
http://www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/maternelle.htm
Le document d'application pour les mathématiques à l'école maternelle :
http://www.eduscol.education.fr/D0048/vers_les_math.pdf

- **Quelques connaissances préalables**

Qu'est-ce que dénombrer, qu'est-ce qu'une collection, quelles activités mettre en place selon l'âge des enfants autant de connaissances à avoir pour un enseignement du nombre à l'école maternelle. Claudine Chevalier, professeur en IUFM, présente ces différentes notions dans le document suivant.
http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/search=%22num%C3%A9ration%20%2Bmaternelle%22
Jean-Claude Lebreton, professeur en IUFM lui aussi complète ces notions, par un exposé de l'historique des mathématiques et de la numération dans les programmes officiels de l'école maternelle.
http://jclebreton.ouvaton.org/article.php3?id_article=92

- **Les cartes à points :**

Jean-Louis Bregeon, professeur de mathématiques à l'IUFM d'Auvergne, présente dans son site les cartes à points. Elles permettent de visualiser les nombres sous forme de boîtes de dix dès le plus jeune âge. Son site relate des activités numériques menées dans des classes de maternelle grâce à ces cartes à points.
http://perso.orange.fr/jean-luc.bregeon/Page%208.htm

Sylvain Dumont, Anim'Tice à Amiens 5, a créé plusieurs polices à télécharger afin d'illustrer et imprimer facilement les cartes à point.
http://perso.orange.fr/jean-luc.bregeon/Page%200-9.htm

- **Les différentes représentations du nombre**

Outre les cartes à points, il existe de nombreuses autres représentations du nombre. Jean-Louis Sigrist, professeur de mathématiques à l'IUFM d'Alsace en propose un résumé sur son site dédié aux nombres.
http://www.jlsigrist.com/sitenombre/index.html
http://www.jlsigrist.com/sitenombre/config.html

- **Des jeux pour apprendre à compter**

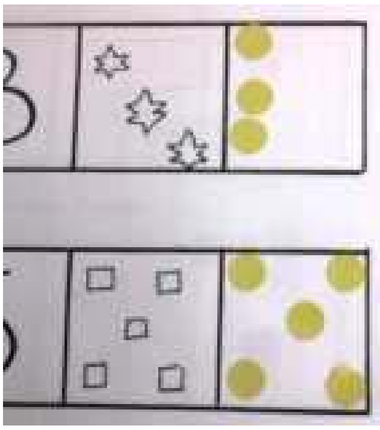
F.Diuzet, enseignante, organise toutes les semaines dans sa classe un « marché ».

« *La situation de vendre ou acheter est une situation de jeu symbolique que l'enfant affectionne tout particulièrement. Elle permet de donner un sens concret, vécu, dans l'échange et la confrontation, à la notion de nombre, de quantité et elle prépare dans l'action à la nécessité de l'utilisation des opérations : ajouter, enlever. Les situations problèmes sont nombreuses et les enfants les soulèvent spontanément.* »

http://f.diuzet.free.fr/lamarchande.htm

Professeur d'école dans le nord de la France, en petite et moyenne section, dans une école en Zone d'Education Prioritaire, Eugénie a mis en place un atelier jeux de société dans la classe. Elle explique les jeux créés pour cet atelier dans son site et donne même les secrets de fabrication de ceux-ci !

http://membres.lycos.fr/lesjeuxdeugenie/



Christine Lemoine propose un scénario pédagogie autour du nombre avec des marrons (c'est de saison !). De la commande de marrons au jeu de la chenille, les enfants jouent et manipulent les nombres de 1 à 20 selon leurs capacités.

http://maternailes.net/marrons/marron.htm

Sur le site de JC Lebreton, des étudiants de l'IUFM de Blois ont réfléchi à ce qu'est un jeu mathématique et proposent une série de jeux ainsi que les objectifs d'apprentissages que l'on vise en mettant en place ces jeux avec les enfants.

http://jclebreton.ouvaton.org/article.php3?id_article=91

Ce site est un espace d'échange de pratique d'activités mathématiques en maternelle (à partir de la section des 2 ans jusqu'à la Grande Section)

Les idées et propositions de séances sont présentées dans le cadre d'une recherche pédagogique, et ont été toutes testées en classe. Ceci peut vous fournir des pistes pour concevoir des situations d'apprentissages propres à votre classe.

http://math.maternelle.free.fr/

- **Des jeux numériques en ligne**

Des points à relier aux sudokus, des dizaines de petits jeux de nombres et de logique sur ce site très attractif pour les petits.
http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/pages/jeux_mat/indexF.htm

- **Des mots et des nombres**

Certains albums de littérature enfantine, nous racontent de belles histoires mais offrent aussi de multiples occasions de compter. Le groupe maternelle de Savoie a analysé des albums pour une animation pédagogique et nous en donne le compte-rendu sur le site du groupe départemental.

http://www.ac-grenoble.fr/savoie/mat/group_de/domaine/math/maths_en_mat_1.htm
Le groupe maternel départemental du Haut-Rhin a créé dans des classes maternelles des projets autour de comptines numériques et d'albums à compter.
http://www.crdp-strasbourg.fr/cddp68/maternelle/projcompt/index.htm

- **Le nombre et les enfants de 2 et 3 ans**

Constituer des collections avec de très jeunes élèves, voici un des projets menés par Caroline Sanchez, maître formateur à Colmar.
http://www.crdp-strasbourg.fr/cddp68/maternelle/collections/index.htm

- **Le nombre et le corps**

Lors d'un travail pluridisciplinaire avec leurs étudiants, JF Gibert et JP Georget, professeurs d'IUFM, ont créé des situations où des jeux corporels permettent de compter et d'appréhender des notions mathématiques.
http://cd37.free.fr/ressources/maths-eps/maths-eps.pdf

(Re)donner le goût du calcul mental

Patrick Picard, Christian Caye

A partir du travail réalisé avec les évaluations, une équipe de maîtres a mis en place un travail systématique sur le calcul mental, dans une école de ZEP. Au bout d'un trimestre, quelle évaluation font les enseignants du dispositif mis en place ?

Les évaluations pointent régulièrement les difficultés des élèves en calcul mental. Les enseignants font part des difficultés qu'ils rencontrent pour organiser rationnellement ce qui leur paraît parfois désuet ou impossible à réaliser avec des enfants scolairement motivés.
Pourtant, le procédé La Martinière, bien qu'il puisse sembler « rétro » à certains présente de nombreux avantages, pourvu qu'on le mette en œuvre dans le réduire à un dressage pavlovien. Le dispositif pédagogique se déroule en deux temps :

- l'enseignant donne à l'ensemble de la classe un calcul à effectuer « mentalement » dans un temps restreint. Après un bref moment de réflexion, les élèves inscrivent leur réponse sur une ardoise qu'ils brandissent à la validation de l'enseignant.
- Après avoir rapidement pris connaissance des résultats, l'enseignant demande l'explicitation des procédures utilisées, permettant une verbalisation collective. Ce moment est très important, difficile à mettre en œuvre pour les enseignants parce qu'il donne lieu à un « décodage de l'activité de l'élève » difficile à réaliser : il faut comprendre la logique utilisée par l'élève qui s'est trompé, voir où son cheminement a été incohérent, pouvoir le rendre intelligible par les autres élèves, si l'erreur relevée est fréquente.

A quelles conditions ce procédé, en apparence très formel, peut-il induire des changements de comportements scolaires ?

- d'abord, parce que l'activité est quasi-quotidienne, les élèves routinent la situation, qui les sécurise : chacun sait précisément ce qui va se passer. On n'invente pas une nouvelle situation chaque jour, et c'est confortable pour tout le monde, la routine… Ca n'a donc pas que des invonvénients…
- Tout en gérant la classe en grand groupe, aux yeux de tous, l'enseignant s'efforce, sur un temps court, de porter un regard individuel sur chaque résultat. Au lieu du simple « juste ou faux », relever le panel de propositions faites par la classe, puis en débattre, contribue à l'explicitation des procédures utilisées par les élèves, à la comparaison des différents raisonnements possibles, à la comparaison de leur efficience respective... Au lieu d'associer difficultés scolaires à « mauvaise volonté » ou « manque de réflexion », les élèves découvrent que les réponses erronées ont une explication… Progressivement, chacun va essayer de débusquer non pas la faute, mais la difficulté. Et il faut voir comment, après quelques semaines de ce fonctionnement seulement, les élèves peuvent se départir de leurs attitudes moqueuses pour essayer franchement de « comprendre » ce que veut dire un élève en difficulté devant une procédure qu'il ne maîtrise pas.

Dans l'école, les enseignants constatent que ce moment devient très attendu, pour peu qu'il soit géré avec la rigueur nécessaire. Les élèves en difficultés sont étonnés de la rapidité des progrès qu'ils font, et de l'évolution du regard des autres sur leurs difficultés. Evidemment, la tâche est rude pour les enseignants qui doivent accompagner chacun dans l'instauration de la clarté cognitive nécessaire à l'automatisation de la procédure de calcul, sécuriser chaque élève dans l'exécution de sa tâche, valoriser les propositions, favoriser l'argumentation…
De plus, il leur a fallu inventer une modalité d'évaluation qui compare dans le temps les réussites de chaque élève pour telle ou telle procédure. On voit alors se développer, y compris chez les élèves ordinairement en difficulté, une grande appétance pour ce type de tâche très sécurisante, renforçant leur sentiment d'efficacité et leur pouvoir d'agir.

Aux dires des enseignants engagés dans le projet, les dix minutes quotidiennes investies dans une activité qui ne demande ni préparation longue ni ingénierie pédagogique sophistiquée sont alors particulièrement efficaces pour aider à l'engagement des élèves dans les activités les plus ordinairement scolaires. Evidemment, cette activité ne représente qu'une toute petite partie du temps d'enseignement des maths. Mais elle a le grand mérite de montrer à chacun qu'il peut à son tour se retrouver en situation de réussite dans une discipline à laquelle même certains adultes se disent tout à fait rétifs…

Une progression en calcul mental

Selon François Boule (*Difficultés en calcul mental des élèves de SEGPA* (adolescents en difficulté scolaire))
Il n'est question ici que de la numération chiffrée. La numération verbale n'est pas négligée pour autant,
mais ceci est une autre histoire ; elle comporte des difficultés spécifiques qui en appellent plutôt à la mémoire qu'à la compréhension.
• Un nombre étant écrit en chiffres : reconnaître le *chiffre* des unités, celui des dizaines, celui des centaines ; la spirale ou le tableau facilitent cette reconnaissance, sans qu'il soit indispensable de revenir à la définition des groupements ou des échanges.
• Situer un nombre sur une échelle (sur laquelle on indique les « nombres ronds ») : ceci prépare au calcul approché ; donner un nombre entre … et … (p.ex. entre 1237 et 1250).

N.B. : *ci•dessous N désigne un nombre quelconque, D0 une dizaine entière, Dn un nombre terminé par le chiffre n.*

Les opérations « simples »
Nombre suivant / précédent Ex. :« *Quel est le nombre juste après 19 ?* »
N+2 ;N-2 ; D0+5 ; D0-5 : D5+5 ; D5-5 *Compter de 2 en 2 (croissant ou décroissant) à partir d'un nombre donné*
Compter de 5 en 5 à partir de 15, ou de 30 (croissant ou décroissant)
N+10 ; D0+D0 Ex. : *37 + 10 ?* ou *30 + 40*
Dizaine plus proche Ex. *Quelle est la dizaine la plus proche de 123 ?*
Décomposition de 5 ou de 10 *Ex. : Avec un jeu de cartes. Montrer une carte « Quel est le complément à 10 ? »*
Décomposition de N≤10 Au lieu de 5+3 = ? « *de 5 pour aller à 8 ? » ou « de 3 pour aller à 8 ?* »
Doubles et moitiés Les doubles de 1 à 12 et les « nombres ronds »

Moins simples
N+11 ; N+9 ; N-11 ; N-9 D'abord à l'aide du tableau (décalages de ligne et de colonne)
Suites N+7 ; N+12 ou n+13

En vue des stratégies :
Ecart à la dizaine Ex. *Quelle est la distance de 57 à la dizaine plus proche ?* (rep. 3)
Ceci est utile pour certaines stratégies de calcul. Ex. 57+8 = 57+3 +5 = 65
Retenue / pas retenue La réponse est OUI/NON, on ne demande pas le résultat. Dans le cas où il n'y a pas de retenue, il est « moins coûteux » de procéder de gauche à droite

Des livres…

APMEP : brochure Jeux 2 « Jeux et activités numériques » et Jeux 5 et 6 « Des activités mathématiques pour la classe » (APMEP, 26 rue Duméril, 75013 Paris)
BADDELEY Alan, La mémoire humaine
BASSIS, O. ; "Concepts-clés et situations problèmes en mathématiques" en 2 tomes chez Hachette, 2003 (le tome 1 abordant les questions numériques et donc la numération, de façon plus approfondie).
BOULE, F. *Le calcul mental à l'école,* IREM de Bourgogne, 1997-98
BOULE, F. *Supports de calcul et jeux numériques à construire,* CNEFEI Suresnes, 1998
BRISSIAUD, R. : Comment les enfants apprennent à calculer, retz, 1982, 2002
BUTLEN, D. et al *Calcul mental, calcul rapide*, IREM de Paris VII, 1987
CHARNAY, R. (1996)*, Pourquoi les mathématiques à l'Ecole*, Paris, ESF
CHARNAY, R. (2004), *En mathématiques, l'utilisation des connaissances se manifeste à travers la résolution de problèmes »* , 4ème Université d'automne du S.N.U.I.P.P., La Londe-les-Maures, 22, 23, 24 octobre 2004
http://www.snuipp.fr/article1971.html
CONDORCET *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité. Art,* Culture, Lecture - Editions, Paris, 1988
ERMEL *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, 5 volumes du CP au CM2, Hatier
FAYOL, M. *L'enfant et le nombre,* Delachaux et Niestlé, 1990
KUNTZMANN, J. *Calcul mental de 10 à 90 ans,* IREM de Grenoble, 1987
GLAESER, Racines historiques de la didactique des maths, IREM Strasbourg
IFRAH, Georges, Histoire universelle des chiffres, Robert Laffont, 1994
LETHIELLEUX, C. Le *calcul mental,* (2 vol.) A. Colin, 1992-93
PELTIER, M.L. *Activités de calcul mental*, Hatier 2000

Des liens…

Une mine de liens rassemblés :
http://ia89.ac-dijon.fr/tice89/index.php/2006/09/17/39-mathematiques

Des sites de formateurs en maths :
http://dpernoux.free.fr/DP081000.htm
http://peysseri.club.fr/index.htm

Tous les documents d'application (dont ceux des maths pour la maternelle, CII et CIII, du calcul mental, …)
http://www.gap.ien.05.ac-aix-marseille.fr/rre/article.php3?id_article=228&var_recherche=documents+d%27accompagnement

et aussi sur le site Eduscol
http://eduscol.education.fr/D0048/primacc.htm

Des expercices de calcul mental pour le cycle III expérimentés dans un groupe de liaison Ecole-collège :
http://www.ac-orleans-tours.fr/maths2/ecole/calcul_mental_ecole.htm

Des exercices d'entraînement pour chaque cours
http://championmath.free.fr/

Un point de vue de Roland Charnay
http://smf.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/Commission-Joutard/RCarticleAPMEP-4.pdf#search=%22calcul%20primaire%22
Un autre qui se conclut par quelques demandes pour pouvoir aider les enseignants à mettre en œuvre les programmes :
http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2004/99/smf_gazette_99_45-49.pdf#search=%22calcul%20primaire%22

Les représentations du nombre
http://www.lepontet.ien.84.ac-aix-marseille.fr/archive/cpc/Groupe1E/REPRESENTATIONS.pdf
(tout le site http://www.lepontet.ien.84.ac-aix-marseille.fr
est par ailleurs une mine pour les enseignants d'AIS (RASED, SEGPA, UPI…)

Pas directement en lien avec le programme du primaire, mais tellement riche…
http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/

Des points de vue de chercheurs

Enseigner la numération décimale

Odette Bassis

Apprendre à compter est sans aucun doute l'un des impératifs les plus indiscutables de tout programme scolaire, de toute préparation à la vie, qu'elle soit personnelle, professionnelle et sociale.

Comment l'aborder, comment s'y prendre pour tenter d'éviter tant d'échecs, de confusions, d'erreurs ?

L'inquiétude des parents et des enseignants est tout à fait légitime devant un tel enjeu, inquiétude accentuée par les débats arides, parfois injonctifs, qui ont lieu actuellement notamment sur la lecture, renforçant le doute, la défiance, voire la peur, où beaucoup cherchent que penser que faire. Cette situation accroît le risque de tourner le dos à la nécessité d'une analyse argumentée concernant la relation si décisive à tenir entre théorie et pratique, entre réflexion sur les savoirs et réflexion sur la pratique pédagogique.

C'est dans ce contexte difficile que cet écrit propose d'aborder ici **des problèmes à affronter pour un apprentissage de la numération** décimale qui le rende accessible pour tous les élèves, quels qu'ils soient.

Apprendre à compter : quels problèmes ?

Dans le quotidien, ce sont justement les échecs, les erreurs, les confusions observées, répétées, dans les apprentissages qui nous donnent des pistes pour comprendre où sont les points d'achoppement. Or pour les élucider et en tirer parti, il est nécessaire d'interroger quelques clés qui ont à voir avec la genèse et les cheminements historiques de la numération au travers les civilisations du passé. Elle nous permettent de comprendre quelles situations, quelles étapes proposer en classe pour faire se construire de façon solide les raisons d'être de notre numération décimale.

Quelques uns de ces points d'achoppement rencontrés par les élèves (dans le dit ou le non-dit) :

- Pourquoi des chiffres écrits dans le désordre de leur "grandeur" ? (par exemple dans 1582, le 1 est avant 5 et 8 alors qu'il s'agit d'un grand nombre). C'est la confusion entre "chiffre" et "nombre" (comme entre l'alphabet et les mots) qui pose très tôt question pour les enfants, d'autant plus que l'apprentissage des premiers nombres, écrits avec seulement un chiffre, peut alimenter cette confusion. C'est aussi la confusion aussi entre nombre (quantité d'objets d'une collection) et numération (écriture du nombre avec une ensemble déterminé de chiffres). C'est là toute la question de l'écriture positionnelle. D'où vient-elle, pourquoi?

- Dans l'écriture des nombres, que vient faire le "0" qui "ne vaut rien", qui est nul ? Et pourquoi un nombre dont l'écriture comporte plusieurs 0 qui se suivent, à sa droite, exprime-t-il un grand nombre !? C'est toute la paradoxale fonction du "0".

- Pourquoi juste après 9, en ajoutant seulement une unité, trouve-t-on "10" ? Deux raisons de ne pas comprendre : pourquoi deux chiffres tout à coup, et pourquoi 0 et 1 (qui sont rien ou si peu) alors qu'on veut exprimer un nombre supérieur à 9 ?

- On apprend à lire de gauche à droite quand pour savoir ce que veut dire un nombre, il faut déchiffrer de droite à gauche. Et pourquoi donc ?

- D'autres butoirs s'ajouteront, plus tard, avec les techniques opératoires, les nombres à virgule… Comment faire comprendre la différence entre les parties entière et décimale ? Comment comparer les parties décimales de deux nombres (3,28 et 3,4 ou encore 7,3 et 7,30) quand on a jusqu'alors appris qu'entre deux nombres entiers, c'est celui qui est écrit avec le plus de chiffres qui est le plus grand ?

De telles difficultés et questions, rencontrées à travers une longue expérience de pratiques dans les classes et dans la formation des enseignants, soulignent combien est décisive la construction de la numération décimale comme étape-clé dans l'apprentissage du savoir mathématique de l'enfant. Qu'il manque cette étape, et l'élève traînera avec lui comme un boulet une difficulté qui le mettra en échec pour toutes les notions numériques ultérieures. C'est face à de tels constats que, dans le champ de recherche propre à l'éducation nouvelle, au Groupe français d'Education Nouvelle (GFEN), s'est forgée la conviction d'une conception des savoirs à enseigner qui puisse prendre en compte le POURQUOI de ces savoirs pour venir éclairer le COMMENT des procédures à retenir.

Mais une telle conviction, pour se traduire dans des pratiques, ne peut se fonder que sur l'indispensable inter-relation entre deux pôles essentiels :

► les **savoirs** à enseigner, au cœur des contenus prescrits des programmes : se contenter des résultats à "faire passer" tels quels – ce qu'il "faut savoir" ou seulement "savoir faire" - ou restituer aux savoirs scolaires le sens sur lequel ils ont été élaborés ? En d'autres termes, il s'agit de rendre possible une conception des savoirs scolaires où les questionnements dont ils sont issus (dans leur genèse historique) puissent faire écho aux questionnements des élèves, dans leurs apprentissages. C'est donc la dimension proprement conceptuelle de ces savoirs qui est revendiquée ici, non comme supplément d'âme ou perte de temps, mais pour que les élèves y découvrent pour eux-mêmes en quoi apprendre les fait se poser dans l'existence et dans leur devenir, en connexion profonde avec l'aventure humaine et l'héritage inter-culturel des savoirs.

► **les élèves** : nous voulons poser le pari des potentialités d'intelligence que porte tout enfant quand il devient élève, avec la conviction qu'un tel potentiel ne peut se révéler que s'il est mobilisé dans des situations (au cours de cheminements) qui en rendent la mise en acte possible. Cela pose la responsabilité de l'acte d'enseignement comme acte éducatif, d'une conception d'un élève devenant acteur et concepteur dans ses apprentissages.

C'est dans l'interdépendance de ces deux pôles que réside la condition essentielle de la réussite, dans un long terme, d'un tel apprentissage. Il ne s'agit en aucun cas de rejeter les automatismes et les entraînements nécessaires, mais au contraire d'en construire à la fois la nécessité et le sens, une fois les clés pour comprendre ces automatismes et leur raison d'être dénichées et travaillées.

Au cours des situations vécues, quelles étapes pour quels objectifs?

Alors, **quoi** et **comment** enseigner pour asseoir la construction par l'élève de la numération décimale ?

■ ***Faire et dire***

- On pose souvent la question des « groupements » pour compter comme si elle allait de soi ("c'est ainsi qu'il faut savoir, qu'il faut faire"!) . Nous proposons au contraire de créer les conditions pour que "grouper" devienne **une nécessité dans l'action** de dénombrer. Non pas admettre, mais découvrir. Pour cela, la situation initiale propose d'avoir à dénombrer (par exemple) "trente" allumettes (sans en nommer la quantité, les objets étant donnés directement aux élèves), mais en fixant la contrainte d'un faible nombre de chiffres utilisables : on imagine un pays où on ne connaît les chiffres que jusqu'à 4… L'objectif annoncé aux élèves est pouvoir garder mémoire ou communiquer à d'autres combien on a d'objets.

Lorsqu'ils se mettent en travail, on constate une capacité spontanée à « faire des paquets ». Un des soucis concrets de l'enseignant doit alors être de créer les conditions de manipulations faciles de ces groupes de 4 allumettes, afin de limiter les contraintes matérielles, qui risquent d'être autant d'occasions d'évitement de penser pour les élèves les moins engagés dans l'activité.

- Très vite, dans la constitution de "paquets" apparaît un problème nouveau redoutable, à gérer dans l'action : **faire des groupements de groupements** puisque le nombre de "paquets" est supérieur à 4, (avec "trente" allumettes, il y a "sept" paquets de 4 allumettes, plus 2 allumettes). A ce moment-clé de la démarche, il est essentiel de ne pas brûler les étapes (y compris, au CP, prendre le temps de plusieurs séances) pour que se mette en place la spécificité de l'invention de la numération « décimale » qui revient non plus à compter directement les objets mais des groupements de ces objets, et même des groupements de groupements, et ainsi de suite…

Dans notre démarche, ces cheminements sont scandés par des échanges entre élèves, entre équipes, ou dans des moments de confrontation pour que se disent et s'argumentent les actions menées.

■ ***Organiser et formuler***

Les groupements faits par les élèves doivent s'organiser pour pouvoir être échangés (verbalement ou par des écrits). On ouvre alors sur un travail de mise en mots : quelles formulations trouver pour être compréhensibles par d'autres? Les nécessités rencontrées dans les actions précédentes laissent la place aux exigences d'une communication socialisée : il s'agit de choisir ensemble des mots et formulations qui expriment, une fois les groupements réalisés suivant leurs choix, ce qu'ils ont obtenu, (en direction d'autres élèves ou d' interlocuteurs supposés).C'est en fait une phase décisive de conscientisation, où se joue la genèse de la notion d'unités d'ordre différents. Cela passe par le choix de mots différents à trouver (tas, paquet, groupe,…) pour distinguer sans les confondre les groupements et regroupements de différents ordres.

■ ***Codifier***

- Pour en **arriver à l'écriture positionnelle**, il s'agit maintenant, de supprimer le recours aux mots trouvés ("1 paquet, 3 petits groupes, deux « tous seuls » pour garder l' exemple des "trente"allumettes proposées), L'enseignant resserre la consigne pour faire franchir une étape à l'avancée conceptuelle : « on ne peut plus utiliser que des chiffres pour exprimer nos quantités ». On fait chercher comment exprimer ce qui a été trouvé (on peut passer par une étape intermédiaire de dessins) en respectant les distinctions élaborées et discutées. C'est une étape de recherche directe dans le champ du symbolique, qui accroît et fixe le contenu conceptuel en construction, et où continuent d'être indispensables, entre les moments de recherche individuelle, les temps d'échanges entre élèves et entre équipes dans des confrontations collectives. Des apports historiques pertinents donnent chair à l'importance de tels débats, par exemple en racontant comment les différentes civilisations ont cherché à résoudre le problème.... Ainsi, le débat sur le sens de l'écriture (pourquoi les nombres s'écrivent-ils « à l'envers », de droite à gauche, comme dans l'écriture arabe, et non dans le sens habituel de l'écriture occidentale ?) renverra aux échanges entre civilisations…

- **L'irruption de "0":** c'est dans l'extension à d'autres nombres de l'écriture positionnelle que surgit le moment intense d'une "invention" (tardive) qui s'avère tout à coup indispensable pour rester conforme à la codification précédente établie. Là aussi, l'apport historique de cette invention est décisif.

- Ecrire enfin **la suite de tous les nombres dans l'écriture positionnelle** établie, de 1 en 1, permettra de découvrir que dans ce "pays de quatre", le nombre 3 a pour suivant le nombre qui s'écrit "10". L'occasion d'un bon débat sur l'usage du "4", tant utilisé pour compter combien d'objets dans chaque groupement, mais jamais écrit, puisqu'il devient "1" dans un groupement supérieur… comme le « dix » qui désigne non les doigts de deux mains (qui peuvent être vus) mais leur ensemble, comme entité unique (pensée mais non vue).

- Mettre en relation avec **les codifications historiques** créées dans les différentes civilisations pour mesurer tous les chemins parcourus et permettre aux élèves, chemin faisant, de s'étonner et prendre conscience du sérieux de leurs propres "trouvailles", mises ainsi en relation avec celles du passé.

■ *Réinvestir ensuite en numération décimale*

Il s'agit maintenant de réinvestir rigoureusement dans la numération décimale (pays des "deux mains réunies"). Rapidement, faire des paquets de dix puis de cent ou mille devient rébarbatif alors que les étapes franchies précédemment (des actions initiales jusqu'à la codification systématique) ont permis d'écrire la suite des nombres dans une compréhension telle que le réinvestissement est maintenant faisable.

Cependant, alors que la lecture des nombres jusque là se faisait simplement (213 par ex. s'exprimant dans l'ordre par "deux, un, trois"), ici interviennent à la fois des difficultés langagières (dix, cent,.. qui expriment directement l'ordre des groupements) mais aussi des "anomalies" de lecture (en français de France, particulièrement) qui peuvent cependant être explicables sur le plan historique (de 61 à 79 en référence à la base soixante et de 80 à 99 avec la base vingt). Ces explications (évidemment à ajuster en fonction du niveau des classes, (cycle 2 ou 3) apportent de nouveaux éclairages sur la notion de groupement, les vestiges du passé (comme il en est pour les minutes et secondes) qui soulignent la dimension humaine des savoirs. On peut encore imaginer d'autres réinvestissements, comme la notation binaire, le « oui » et le « non », le « ouvert » ou « fermé », base de l'informatique…

Quels enjeux éducatifs ?

Le problème majeur de tout projet éducatif est souvent moins dans la formulation de ses finalités que dans la mise en acte réelle des moyens pour y parvenir. **"Les valeurs n'existent que dans les pratiques qui les construisent"** écrivons nous souvent, au GFEN .

Mais comment, sans cela, mettre en pratique les objectifs du texte officiel sur le "socle commun" : "permettre aux élèves de devenir acteurs responsables de notre démocratie"…"capables de jugement et d'esprit critique" ; "savoir distinguer un argument rationnel d'un argument d'autorité" ; "se construire comme sujet" ; "se montrer capable de concevoir, mettre en œuvre et réaliser des projets, individuels ou collectifs",… en vue de "l'exercice d'une citoyenneté libre et responsable".

Bien sûr, bien sûr… mais à partir de quelles conceptions des contenus des savoirs, de la vie scolaire, et avec quelles pratiques? Et qu'en est-il de ces finalités dans les apprentissages dits "fondamentaux"? Devrait-on les mettre à la trappe?

Souhaitons que les pistes présentées ici pour la numération décimale portent témoignage de la possibilité de mettre en acte, dès les premiers apprentissages et surtout DANS les processus mêmes de tout apprentissage, de telles valeurs décisives. Mise en acte qui va avec une exigence à soutenir suivant trois pôles intriqués :

- **la conception des savoirs à enseigner : ne pas réduire l'enseignement** à la seule transmission d'évidences et procédures à retenir et appliquer, mais questionner les savoirs pour en saisir les clés pour comprendre. Ne pas réduire les savoirs à des objectifs seulement utilitaires ou comme outils à penser…plus tard!

- **la conception des situations proposées** et de leur agencement aptes à susciter des questionnements et activités réflexives en prise avec la teneur conceptuelle des savoirs en jeu.

- **la conception de modes d'animation** par l'enseignant : enseigner, en vue d'enjeux conceptuels ciblés, et au travers de situations fortes, pour mobiliser, accompagner, rendre opératoires et visibles les cheminements des élèves, jusqu'à leurs aboutissements.

Ce sont ces exigences que nous remettons sans cesse au travail dans l'élaboration de ce qu'il est convenu de nommer "démarche d'auto-socio-construction du savoir". Terme qui renvoie, au delà de la lourdeur de l'expression, au but essentiel d'apprendre à penser par soi-même et avec les autres, condition d'une vraie réussite.

Il s'agit de faire de tous les apprentissages autant de :

- **lieux d'exercice d'une pensée en développement** où chacun, découvrant en lui-même des potentialités qu'il ignorait, se construit une image positive de soi, amorce de toute réussite.
- **lieux d'une égalité de potentialités à mettre en acte** où ces potentialités, dans le travail exigeant des situations pédagogiques et des cheminements vécus, peuvent se révéler et devenir capacités effectives, où les inégalités scolaires peuvent cesser d'être attribuées aux prétendues inégalités des potentiels d'intelligence.
- **lieux d'exercice du débat argumentatif, réflexif**, où le va et vient entre soi et les autres permet d'affiner, d'affirmer et de transformer sa propre pensée, avec la médiation de données extérieures (analyses d'actions menées, apports de documents, etc..) face auxquelles les uns et les autres sont affrontés.

Personne ne se trompe sur l'importance du problème de l'école pour notre société et son devenir. **Mais pour quelle société ?** Le Café Pédagogique tient à cet égard un rôle essentiel par les débats qu'il contribue à diffuser dans la profession, et bien au delà, sous le regard de l'opinion publique. C'est pourquoi cette contribution n'a d'autre but que de vouloir mettre à disposition des enseignants (et de tous!) des analyses et pratiques pour aider à rendre possible que chaque élève, avec les autres, puisse **se construire comme sujet et comme citoyen DANS le savoir.**

Odette Bassis

Odette Bassis est Présidente du GFEN (Groupe Français d'Education Nouvelle). Son travail et sa recherche dans les classes a toujours été en relation avec une longue expérience de formation des enseignants. Elle a soutenu une thèse (avec Gérard Vergnaud) sur les processus de recherche des élèves dans une démarche d'auto-socio-construction des savoirs. Elle a écrit notamment, parmi les ouvrages du GFEN, cités dans: www.gfen.asso.fr

− **"Concepts-clés et situations problèmes en mathématiques"** en 2 tomes chez Hachette, 2003 et 2004 (le tome 1 abordant les questions numériques et donc la numération, de façon plus approfondie).

− "**Se construire dans le savoir**" à l'école et en formation d'adultes (ESF, 1998) où sont exposés des éléments de théorisation de la notion de démarche d'auto-socio-construction du savoir.

− Article sur la notion de démarche dans le n° 120 de la revue Dialogue du GFEN.

« Il y a place pour ces différents niveaux de discours, et une grande hétérogénéité de pratiques : « *l'âge du Capitaine* » doit nous rendre modeste… »

François Boule

Un texte déposé au Café Pédagogique en juin dernier, avec la photographie de son auteur, semble susciter beaucoup de réactions ; sans doute parce qu'il s'agit d'un texte « à fragmentations » (comme on le dit de certains objets offensifs) : la question principale semble être l'abord pédagogique de la division, à moins qu'il ne s'agisse de la crainte de futurs nouveaux programmes ou de la mise en cause des programmes actuels, voire de leurs auteurs. La contribution ci-dessous est très tardive et très partielle ; elle ne souhaite pas prolonger une « bataille de polochons » fut-elle savante, qui déplacerait la discussion de son objet initial vers les auteurs, ni rentrer trop avant dans un débat technique, pourtant utile.

Les programmes actuels ont donné lieu à une discussion, la rédaction de textes et des commentaires a été collégiale, et l'ambiance de travail était démocratique. Tout cela s'appuie sur plusieurs dizaines d'années de travaux (notamment ceux d'ERMEL, mais pas seulement) dont la polémique n'a heureusement pas été absente, mais dont on doit reconnaître la continuité et l'établissement sur un assez large consensus en mathématiques probablement mieux que dans d'autres disciplines.

Retour sur l'histoire des Programmes depuis cent vingt ans

Les programmes ont d'abord changé tous les vingt ou trente ans et après une guerre mondiale. Les guerres mondiales se sont heureusement raréfiées, mais les « nouveaux programmes » se sont succédés à un rythme accéléré, et la longueur des textes s'est rapidement accrue. Cette agitation, qu'on peut craindre politicienne, risque d'ôter son crédit à la parole officielle. Les programmes de mathématiques de 1887 pour toute l'école tenaient en quelques lignes. La première révision capitale et non consécutive à une guerre mondiale, est celle de 1970. Elle constitue une *rupture* par l'émergence de deux approches que l'on a cru alors convergentes : psychologique et mathématicienne ; c'est d'une part l'entrée du *sujet apprenant*, et non plus seulement la prescription au maître, et d'autre part une tentative de rapprochement avec la mathématique *du siècle* (celle qui se construit) et pas seulement une visée instrumentale du savoir enseigné.

Le résultat le plus visible en est un *déploiement* dans la durée, qui se poursuit encore (ex. fractions, proportionnalité) jusqu'au collège. Cette dilatation a été justifiée par des raisons psychologiques (les stades du développement du jeune enfant), et aussi par la volonté de quitter une approche seulement instrumentale ; il semblait légitime que l'enfant acquière des outils, mais aussi les construise, c'est-à-dire les conceptualise. Elle est également justifiée par le fait que la sortie de la scolarité, des années 50 aux années 80, est de plus en plus tardive. Ce déploiement est certainement légitime, mais peut induire des effets pervers.

On s'est clairement aperçu au début des années 80 que la conjonction des deux approches était un leurre (qu'on se souvienne du délire de la géométrie enseignée au collège) ; le coup de frein a pris la forme suivante : *on apprend des mathématiques par la résolution de problème*. Ce nouveau slogan a retenti peu à peu depuis le lycée jusqu'à l'école maternelle, dans les années 80.

Il est peu contestable que l'on apprend des mathématiques plutôt en cherchant des problèmes qu'en étudiant un traité. C'est-à-dire plutôt dans une recherche active que dans une contemplation. Mais il y a sans doute peu de rapports, sinon très généraux, entre une résolution de problème en Maternelle et une autre en Terminale. L'amalgame relève du slogan. Ce qui ne le disqualifie pas, mais réclame quelques nuances. D'autre part, la résolution de problème *s'accompagne* plutôt qu'elle ne s'enseigne. S'il existait un « traité du problème », on serait clairement dans la contradiction. La question est donc déplacée. Et ce n'est pas aux Programmes d'y répondre, mais à la formation des maîtres, didactique et pédagogique, d'élaborer et tester des propositions.

Les Textes officiels

Ils fonctionnent (légitimement) à plusieurs niveaux :

- ils délimitent ce qui est exigible. Cette exigence est tournée *vers l'élève*, et plutôt en termes de performance que de compétence ; et particulièrement en fin de cycle ;
- ils énoncent ce qui peut être abordé ; c'est ici un discours *au maître*, mais pas seulement à lui, car l'école n'est pas le seul lieu où apprendre (famille, parascolaire, logiciels...) ; mais c'est plutôt de l'école que l'on attend un souci de cohérence ;
- ils proposent aux maîtres des commentaires : comment faire ? Quelles ouvertures possibles ? Quelles précautions observer ? Mais ces commentaires ne

constituent pas un « livre du maître », condensé de formation théorique, ni une prescription de méthodes, lesquelles demeurent de la responsabilité de l'enseignant.

A côté de cela, il y a l'offre pédagogique (fichiers, manuels, livres du maître) qui proposent des contenus et des méthodes, dans la limite des prescriptions ci-dessus. La diversité de l'offre est d'autant plus légitime que le public (maîtres et élèves) n'est aucunement homogène. C'est le principe même de *l'inclusion*.

Il y a place pour ces différents niveaux de discours, et une grande hétérogénéité de pratiques.
Par conséquent, il n'est sans doute pas souhaitable que le discours officiel prescrive que « la division doit être abordée au niveau N » comme les programmes étaient en droit de l'énoncer jadis. D'autant plus que l'expression « être abordée » est manifestement plurisémique. Jadis, on entendait plutôt par là : donner des moyens de résoudre des situations-types. S'il s'agit de d'organiser la rencontre avec des situations de partage ou de distribution, il n'y a pas d'inconvénient à l'envisager dès le CP, ou même avant. Mais il ne s'agit pas alors d'un « enseignement de la division ».

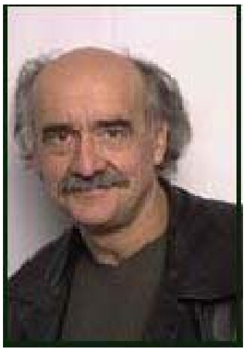
Distinction de la technique et du concept
Il faut distinguer, dans l'élaboration d'un concept, son acception mathématique et ses « adhérences » psychologiques. C'est ici que je vois le *manque* dans les discours de la didactique française. Il est très insuffisant de se réclamer rapidement de Piaget ou du cognitivisme, et de passer à la « déconstruction » mathématique (p.ex. *quotition/partition* pour la division, ou *quotient/fractionnement unitaire* pour les fractions). La construction d'un concept a peu de chance d'être linéaire, identique quel que soit le sujet ; elle s'étend sur plusieurs années pendant lesquelles se développe un « empirisme accompagné ». C'est une phase d'émergence de représentations (internes, personnelles) et de conflits locaux (externes sans doute, mais aussi internes). C'est ce que j'entendais ci-dessus par « adhérences psychologiques ». Deux articles fondateurs à cet égard ont été celui de G.Vergnaud sur les structures additives et aussi de toute autre manière (à la même époque) « l'Age du capitaine ». Vergnaud attirait l'attention sur le fait que, dans un même contexte sémantique, un même ordre de grandeurs numériques, une même structure additive, il existe une hiérarchie dans l'appropriation. L'*Age du capitaine* rapportait notamment le cas de Peter à qui l'on demandait son avis sur les problèmes posés. A propos de l'un [Dans un bateau il y a 36 moutons, 10 tombent à l'eau, quel est l'âge du capitaine ?] il disait qu' « il était bête parce qu'on parle de moutons et après de capitaine », mais à propos d'une autre [Il y a 7 rangées de 4 tables dans la classe, quel est l'âge de la maîtresse ?], il répondait « je pense que la maîtresse a 28 ans parce que 4×7=28 ». Pour une même structure mathématique, il y a des *effets de surface* très différents qui ont des conséquences déterminantes pour l'apprentissage d'un sujet. Je ne suis pas sûr que l'on ait beaucoup avancé dans cette voie depuis lors. La « déconstruction » mathématique ou l'analyse didactique se sont déployées au dépens de cette approche de l'élaboration personnelle. C'est le cas dans l'analyse des structures multiplicatives proposée un peu plus tard. C'est pourtant là que les difficultés majeures d'apprentissage (et les échecs en math) trouvent leur origine et une partie de leurs mystères.

Les notations et les techniques
L'apprentissage du calcul ne se réduit pas à la construction de procédures. Celles-ci interviennent, à l'intérieur de l'élaboration conceptuelle, dans le jeu subtil de la constitution du sens, qui est une lente *condensation*. Les programmes peuvent fournir des points de repère, mais sans doute pas une chronologie générale, sauf en ce qui concerne l'exigible. L'une des questions que les programmes actuels ne traitent que très partiellement (le peuvent-ils ?) est celle de l'équilibre entre calcul mental, techniques écrites, et calcul instrumenté. Le problème est clairement posé (« La question du calcul aujourd'hui », document d'application), mais les pratiques sont loin de s'y conformer et de présenter une cohérence longitudinale (d'un cycle à un autre). Le *calcul approché*, dont la fonction sociale est majeure mais l'apprentissage difficile, est assez peu mentionné et pas du tout pratiqué, ou trop tardivement. Il donne cependant des moyens de contrôle et de vraisemblance d'un résultat. Il est bien complémentaire du calcul « instrumenté » en ce qu'il permet d'enraciner des représentations numériques opératoires. Il y a là matière à un débat à peine entr'ouvert.

En conclusion, c'est sur la méthode d'investigation, en matière d'objectifs éducatifs, qu'il convient de s'interroger. Les opinions les plus excessives s'affrontent en tous lieux : pourquoi apprendre à calculer, puisqu'on dispose de calculettes ? A quoi sert de gaspiller du temps pour la technique de la division dont l'érosion rapide est assurée ? L'école doit se consacrer aux apprentissages de base et non à l'usage de gadgets !
La commission Kahane a rendu en 2002 un rapport dont on ne peut que louer la rigueur de la méthode et la clarté des conclusions ; celles-ci jettent les bases d'un programme d'élaboration pédagogique cohérent. En revanche on peut douter qu'une commission parlementaire soit fondée à trancher sur la théorie de Darwin ou celle du Big-Bang. Ces objets relèvent de la communauté scientifique, et s'en excluent eux-mêmes ceux qui renoncent à s'inscrire dans le débat scientifique. Il en est sans doute de même pour l'apprentissage du calcul. Que le Ministère de l'Education nationale, dont on a pu apprécier l'art de la nuance sur la question des méthodes de lecture, s'engage ici encore dans une confusion des rôles, laisse au moins perplexe, sinon inquiet.

François Boule, INSFREJHEA (Suresnes, ex-CNEFEI) 30 septembre 2006

Le débat sur l'enseignement des mathématiques à l'école : la situation à la rentrée 2006



Rémi Brissiaud

MC de Psychologie Cognitive

IUFM de Versailles

Equipe : "Compréhension Raisonnement et Acquisition de Connaissances"

Laboratoire Paragraphe

http://paragraphe.univ-paris8.fr/crac/

En cette rentrée de septembre 2006, à la radio comme à la télévision, le procès de l'école a pris une ampleur inégalée. Pour créer l'événement, certains médias ont évidemment fait la part belle aux promoteurs du retour aux programmes et aux méthodes pédagogiques d'antan. Nos collègues qui, dans ces émissions, ont tenté de défendre l'école se sont souvent trouvés en grande difficulté. Lorsqu'on ne souhaite pas opposer au simplisme du « C'était mieux avant », une défense béate de l'école d'aujourd'hui, il est en effet très difficile dans ce genre de médias d'apporter une contradiction avisée aux pourfendeurs de l'école.

Divers écrits sur le sujet qui nous intéresse ont également été publiés en cette rentrée. Ainsi, deux revues sérieuses (*Le Monde de l'Education* et *La Vie*) ont chacune consacré de longs articles aux « antipédagogistes », ceux qui prônent un retour aux méthodes et aux programmes de 1923. Les journalistes de chacune de ces revues ont interviewé quelques uns des principaux professeurs de mathématiques appartenant au GRIP[1] (Jean-Pierre Demailly, Michel Delord et Laurent Lafforgue) ainsi que des professeurs des écoles qui « expérimentent » le retour aux programmes et méthodes de cette époque. Par ailleurs, dans un livre au titre éloquent : « Les programmes au piquet », un autre professeur de mathématiques, membre du GRIP (Rudolf Bkouche) a rédigé le chapitre consacré au programme de mathématiques de l'école primaire.

[1] Groupe de Réflexion Interdisciplinaire sur les Programmes.

Enfin, du côté de l'institution, le ministre de l'Education Nationale a donné quelques indications sur ses projets futurs dans *Le Figaro* du 4 septembre et, sur le site gouvernemental, est annoncée la constitution d'un « *groupe d'experts composé d'inspecteurs et d'enseignants chargés de préparer la mise en conformité des programmes avec les finalités du socle commun* ». Rappelons la principale recommandation de ce socle : « Il est nécessaire de créer <u>aussi tôt que possible à l'école primaire des automatismes en calcul</u> (souligné par nous), en particulier la maîtrise des quatre opérations qui permet le calcul mental ». Les thèmes de la *précocité des apprentissages* et de l'*automatisation* seront donc largement débattus dans ce texte.

Mais avant d'intervenir à nouveau dans ce débat, peut-être faut-il réfléchir aux précautions qu'un chercheur doit prendre lorsqu'il s'avance sur ce terrain. En effet, un premier débat a concerné la lecture en janvier – mars 2006 et de nombreux chercheurs y ont pris position. Or l'évolution de ce débat jusqu'à la promulgation de l'arrêté modificatif des programmes du 24 mars n'a pas vraiment permis de préserver les enseignants de CP d'une aggravation considérable de leurs conditions de fonctionnement pédagogique en cette rentrée.

Anticiper les instrumentalisations politiques des résultas de la recherche scientifique

Le débat sur la lecture qui a débuté en janvier 2006 a connu un tournant début mars avec la prise de position de 18 chercheurs[2] en faveur d'une pédagogie de la lecture qui, telle qu'ils la décrivaient, apparaissait « équilibrée » (l'importance de l'écriture dans l'apprentissage de la lecture y était soulignée, les approches analytiques et synthétiques de la correspondance grapho-phonologique y étaient recommandées, les méthodes d'il y a 50 ans condamnées…). Pourtant, le texte de ces chercheurs comportait une formulation approximative, potentiellement dangereuse : il affirmait que les PE devraient enseigner de façon systématique le "déchiffrage" au niveau des relations graphèmes-phonèmes *dès le début du CP*.

Avec André Ouzoulias[3], nous avons essayé de montrer que cette recommandation outrepassait ce qu'il est possible de dire à partir des recherches scientifiques sur le sujet. En effet, pour prendre position, ces

[2] http://www.ehess.fr/centres/lscp/persons/ramus/lecture/index.html

[3] http://education.devenir.free.fr/Lecture.htm#ouzoulias2 et http://www.cafepedagogique.net/dossiers/contribs/brissiaud.php

chercheurs s'appuyaient sur des comparaisons entre méthodes qui avaient été menées dans des pays de langue anglaise. Or, le français est très différent de cette langue du point de vue de la correspondance grapho-phonologique et les méthodes pédagogiques dans les pays de langue anglaise et française ne se correspondent pas. Par exemple : jamais dans les pays de langue anglaise les méthodes strictement synthétiques comme celles que recommande le ministre, n'ont été utilisées. Jamais non plus, la méthode naturelle d'écriture-lecture de Freinet n'y a été utilisée. Ce n'est pas une question de choix pédagogique, c'est une question d'impossibilité de mise en œuvre de ces méthodes dans les pays de langue anglaise pour des raisons liées à la complexité et à l'irrégularité du système grapho-phonologique : 1100 conversions graphèmes-phonèmes en anglais contre 130 environ en français (à comparer avec les 32 en italien…). On ne peut évidemment pas légiférer sur les méthodes en France à partir de résultats d'études qui ont été menées dans une langue qui élimine d'emblée deux des principales méthodes susceptibles d'être utilisées.

En fait, les 18 chercheurs ont été instrumentalisés : ils croyaient prendre position contre la méthode idéovisuelle, ils se sont retrouvés embrigadés dans un processus politique de réhabilitation de la méthode utilisée en 1923 (l'une de celles qu'il est impossible d'employer avec la langue anglaise !). Certains en ont vite pris conscience. Le chercheur qui était à l'initiative de l'appel, Franck Ramus, a lui-même considérablement arrondi son propos initial lorsqu'il écrit[4] : « (André Ouzoulias et Rémi Brissiaud) *émettent l'hypothèse selon laquelle des activités d'écriture pourraient efficacement se substituer à l'enseignement explicite et précoce des correspondances graphèmes-phonèmes. Cette hypothèse me paraît acceptable et susceptible d'être juste.* ». Ce qu'il admet comme acceptable et susceptible d'être juste est malheureusement ce qui a été retiré des programmes de 2002, retrait qui est aujourd'hui à l'origine de difficultés importantes pour de nombreux enseignants de CP.

Après la publication du texte, les principaux signataires de l'appel ont donc précisé leur position en insistant sur le fait qu'il ne conviendrait pas d'interdire quand la science n'a pas tranché et quand la pratique conduit à des résultats satisfaisants. Mais le ministre n'en a cure : il les laisse parler et il exhibe quand il en a besoin les parties de l' « Appel des 18 » qui appuient son propos, en passant évidemment sous silence celles qui le contredisent. Il évince également de la formation à l'Ecole Supérieure de l'Education Nationale (ESEN) l'un des principaux chercheurs dans le domaine, l'un de ceux qui n'a pas signé l'« Appel des 18 ».

Que nous apprend l'exemple de la lecture pour le débat qui s'amorce concernant les mathématiques ? La méfiance : la première préoccupation des chercheurs doit être de tenter d'anticiper toute instrumentalisation de leurs propos. Il n'y a rien de pire que lorsque l'autorité administrative se drape indûment dans les habits de l'autorité scientifique.

Les 4 opérations le plus tôt possible, c'est quand ?

Dans l'interview qu'il a donnée au Figaro, le ministre dit : « *Je compte modifier l'apprentissage du calcul et de la grammaire cette année : les programmes seront changés pour 2007. En sixième, de nombreux enfants sont atteints de dyscalculie et ont du mal avec les mathématiques, même s'ils sont moins nombreux à avoir des difficultés avec le calcul qu'avec la lecture.* »

Les formulations qu'il adopte, très générales, laissent penser qu'aucune décision n'a encore été prise. Il est donc encore temps d'argumenter.

L'usage du mot « dyscalculie » semble inapproprié[5], le ministre a vraisemblablement voulu parler de difficultés durables d'apprentissage en mathématiques. Le nombre d'élèves présentant de telles difficultés serait-il particulièrement important en France ? Encore une fois, on peut se reporter aux résultats de l'enquête PISA 2003 qui concernait des élèves de 15 ans : la France se situe en mathématiques dans la première moitié des pays testés, un peu au-dessus de la moyenne. Les résultats des élèves français ont cependant un profil atypique : les performances de ceux qui, à cet âge, sont scolarisés en classe de seconde au lycée, sont excellentes alors que celles des élèves qui ont redoublé ou ont été « orientés » sont très mauvaises.

De tous les pays, c'est la Finlande qui obtient les meilleurs résultats en moyenne. Or, on n'observe pas, dans ce pays, de tels écarts entre diverses populations d'élèves. Une commission de parlementaires français[6] a récemment enquêté sur le système scolaire de ce pays et elle rapporte que « *l'élève finlandais a un rôle actif, il participe à la construction de son savoir, il apprend à travailler en équipe et à prendre des responsabilités au sein de son école ; en cas de difficulté, il fait l'objet d'une remédiation très précoce et aucun élève ne redouble ni n'est exclu du cursus scolaire général*

---

[4] http://www.ehess.fr/centres/lscp/persons/ramus/lecture/lecture.html

[5] Dans le domaine de la lecture, il est déjà difficile de distinguer la dyslexie des difficultés d'apprentissage de l'écrit. Dans celui de l'arithmétique élémentaire, la situation est plus claire : on ne sait pas le faire (voir par exemple : Noël M.-P. (2005) *La dyscalculie*. Solal : Marseille.)

[6] La « commission Rolland », du nom de son rapporteur (rapport publié en mai 2006).

avant seize ans ». On ne peut donc pas conclure des comparaisons internationales que les méthodes conduisant aux meilleurs résultats sont celles qui prévalaient dans l'école française de 1923 !

Dans son interview, le ministre poursuit ainsi : « … *il n'est pas normal que les enfants ne sachent pas poser une division en entrant en sixième. Les quatre opérations doivent être apprises le plus tôt possible* ».

Qu'il y ait des progrès à faire dans l'enseignement de la division, les lecteurs du dossier calcul du *Café Pédagogique*[7] savent que cela semble faire consensus aujourd'hui. Quant au fait que les quatre opérations doivent être apprises le plut tôt possible, qui pourrait refuser une telle formulation, proche de celle qu'on trouve dans le socle commun ? Encore faut-il préciser le moment où cet enseignement devient possible et, comme j'ai essayé de le montrer sur le *Café*, cela ne peut se faire sans préciser également ce que signifie « enseigner les 4 opérations ». Résumons l'argumentation utilisée.

Quand devient-il possible d'enseigner les quatre opérations ?

Il y a 100 ans environ, les enseignants le croyaient possible dès le CP. Or, à cette époque, ils enseignaient le plus souvent que : « soustraire, c'est enlever, perdre, dépenser… ». Hélas, la soustraction est pertinente dans des situations très différentes de celles que représentent les mots enlever, perdre, dépenser… Elle peut même correspondre à des situations décrites à l'aide d'antonymes de ces verbes : économiser plutôt que dépenser, par exemple. C'est le cas si j'ai une épargne de 2 565 € et si, désirant faire un achat de 7 320 €, je m'interroge sur l'argent que je dois encore économiser.

De même, il y a 100 ans, les maîtres de CP enseignaient que « diviser, c'est partager ». Or, la division est pertinente dans d'autres situations que le partage. Considérons ce problème : « Pour que la longueur totale d'une course cycliste soit 45 km, combien de tours d'un circuit de 6 km les coureurs doivent-ils effectuer ? ». Concevoir ce qui est commun à cette situation et à celle du partage de 45 objets en 6 parts égales, est loin d'aller de soi. Les enfants de CP et de CE1 ne font aucun lien entre ces deux situations.

Les maîtres, depuis 1923, ont progressivement abandonné cette pédagogie où l'on associait étroitement et assez longtemps chaque opération arithmétique à un type de situations et un seul (ils l'ont d'abord abandonnée pour la soustraction, puis pour la division). Il lui était reproché d'entraver l'accès d'un grand nombre d'élèves à l'emploi des opérations dans des situations variées.

On dispose en psychologie d'une sorte de modèle expérimental de l'erreur pédagogique commise à cette époque. Les sujets de l'expérience sont des enfants de crèche et l'épreuve une tâche d'encastrement de blocs plastiques dans des formes évidées : une forme ronde, une triangulaire, une carrée… Avec une partie des enfants, on favorise initialement l'encastrement parce que tous les blocs qui s'encastrent dans la forme ronde ont une même couleur, jaune par exemple, tous les blocs triangulaires sont verts, tous les carrés sont bleus… On a comparé les performances d'enfants qui avaient été mis dans cette situation d'apprentissage avec celles d'enfants qui étaient directement confrontés à la tâche générale où les blocs ont d'emblée des couleurs variées. On s'aperçoit qu'initialement ils réussissent plus rapidement les encastrements en utilisant la couleur comme indice, mais ils perdent cette avance lorsqu'ils sont confrontés à la tâche générale et, à ce moment, ils prennent même du retard : ils réussissent bien plus tardivement le cas général que les enfants qui y ont été directement confrontés[8].

Démarrer l'apprentissage dans un cas trop particulier (rond = jaune, triangle = vert, soustraction = perdre, division = partager…) ne favorise pas nécessairement le développement des compétences plus générales, cela peut même y faire obstacle. Si l'accès à un authentique savoir nécessite une déconstruction laborieuse des croyances erronées qui ont été enseignées auparavant, le gain de temps qui semble résulter d'un enseignement précoce de ce type est une illusion[9].

D'ailleurs, toutes les études vont dans le même sens : les enfants les plus en difficulté s'enferment dans la signification typique des opérations arithmétiques. En CM2, par exemple, il y a 20% d'élèves environ qui n'utilisent une soustraction que lorsque l'énoncé parle explicitement d'une quantité qui diminue. Lorsqu'ils sont confrontés à un problème du type : « Eric a 36 images ; il en achète d'autres et après il a 51 images. Combien en a-t-il achetées ? », 20% des élèves de CM2 calculent de manière erronée 36 + 51 parce que le problème parle d'une quantité d'images qui augmente[10]. Concernant la division, les maîtres de CM le savent bien : presque tous leurs élèves utilisent la division pour résoudre un problème de partage alors

[7] http://www.cafepedagogique.net/dossiers/contribs/calcul.php

[8] Santolini, A., Danis, A., Tijus, C.A. (1997). Adult tutoring and the discovery of objects properties in a shape matching task. Actes de la VIIIème Conférence Européenne de Psychologie du Dévelopment., 3-7 septembre 1997, p.25.

[9] D'aucuns pourraient mettre en doute la pertinence de l'analogie entre l'encastrement de formes et la résolution de problèmes arithmétiques parce que la forme et la couleur sont dans un rapport arbitraire alors que la soustraction et la perte (respectivement la division et le partage) ne le sont pas. En fait, une telle objection ne tient pas : il est vraisemblablement plus difficile de se défaire d'une connaissance erronée mais motivée (cas de la résolution de problème) que d'une connaissance erronée et arbitraire (cas de la forme).

[10] Riley, M. & Greeno, J. (1988) Developmental Analysis of Understanding Language About Quantities and of Solving Problems, *Cognition and Instruction*, 5(1), 49-101.

qu'ils sont nombreux à ne pas savoir l'utiliser pour résoudre les problèmes de groupement, ceux qui, comme le problème de la course cycliste, se reformulent sous la forme : « En *a*, combien de fois *b* ? ». Le retour à la pédagogie de 1923 concernant la division serait, de ce point de vue, un obstacle majeur au fait que l'ensemble des élèves acquièrent le socle commun de compétences en mathématiques.

Automatismes et progrès en arithmétique élémentaire

Dans le magazine *La Vie*, Michel Delord répond ainsi à l'objection précédente : « *Je veux bien croire que des élèves de CP se montrent inaptes à saisir tous les sens de la division. Mais ils peuvent déjà apprendre la technique, celle de la potence, et acquérir des automatismes. Ils comprendront mieux plus tard. Hier, les maîtres ne craignaient pas de dire : "C'est comme ça !". Pourquoi aujourd'hui, avoir peur d'enseigner ?* ».

Les enseignants, dans leur quasi-totalité n'ont rien de « constructivistes radicaux » et ils n'ont évidemment pas peur d'enseigner. Ils redoutent seulement d'avoir à enseigner des contenus mathématiques que de nombreux élèves ne peuvent pas comprendre. Ils vivent douloureusement l'attitude de certains de leurs élèves qui, lorsqu'ils sont face à un problème ou un exercice, ne cherchent même plus à le résoudre mais tentent de deviner l'opération ou la réponse numérique qui ferait plaisir à l'adulte. Ils vivent douloureusement que certains élèves n'automatisent rien parce qu'ils ne comprennent rien.

En effet, Michel Delord semble penser que l'acquisition des automatismes serait indépendante de la compréhension du sens des opérations ; il semble même considérer que l'accès aux automatismes serait le pré-requis de cette compréhension. Or, dans le domaine des mathématiques, cette conception du progrès est erronée car la compréhension et l'exercice contribuent chacun à l'automatisation et à la mémorisation. De plus, souvent, la compréhension et l'exercice sont tous les deux indispensables : la contribution de l'un ne peut pas se substituer à celle de l'autre.

La mémorisation du résultat des additions élémentaires (6 + 5, 7 + 8, etc.) en fournit vraisemblablement le meilleur exemple. En effet, les enfants les plus en difficulté en arithmétique *ne mémorisent pas les résultats de ces additions élémentaires*. Les maîtres de SEGPA, par exemple, savent bien que, lorsqu'ils proposent une addition apparemment simple (7 + 8, par exemple), un grand nombre de leurs élèves n'ont aucune idée du résultat tant qu'ils n'ont pas sorti des doigts pour les compter un à un. Or les chercheurs suspectent que l'une des principales causes de ce phénomène est le fait que ces enfants comprennent mal le dénombrement, c'est-à-dire une procédure dont on pense souvent, de manière erronée, qu'elle est simple à comprendre. S'il suffisait d'apprendre par cœur les tables d'addition ou si l'exercice répété du comptage suffisait pour connaître le répertoire additif, cela se saurait : à force d'exercice, tous les élèves maîtriseraient ce répertoire additif. En fait, pour que les élèves progressent, il faut de plus qu'ils comprennent le dénombrement et, d'un point de vue pédagogique, la difficulté est tout autre.

Geary[11], qui est vraisemblablement le chercheur en activité qui a le plus travaillé sur cette question, résume ainsi des dizaines de recherches menées ces dernières années[12] :

« *La plupart des enfants* (en difficulté durable d'apprentissage de l'arithmétique élémentaire) *présentent des retards dans leur compréhension des concepts liés au dénombrement. Le développement faible de leurs connaissances du dénombrement contribue à l'immaturité des procédures de comptage utilisées pour résoudre des problèmes d'addition et à la production fréquente d'erreurs dans l'exécution de ces procédures. En outre, cette relation entre connaissance du dénombrement et capacités d'exécution des procédures de comptage semble indépendante de l'influence exercée par une faiblesse au niveau de la mémoire de travail …/… En d'autres mots, la mémoire de travail et la connaissance conceptuelle semblent contribuer chacune et de manière spécifique, au développement des compétences de calcul* ». On ne saurait dire plus clairement que la compréhension est d'un apport spécifique au progrès.

Automatismes et significations des opérations

Bien que cela soit moins bien étudié, ce qui est vrai des additions élémentaires, l'est vraisemblablement tout autant d'un algorithme aussi complexe que celui de la division : l'accès à l'automatisation de cet algorithme peut difficilement se concevoir indépendamment de la compréhension des significations de cette opération. Ainsi, considérons une division comme 1642 divisé par 25. Pour apprendre de manière simple à faire cette division, il suffit d'imaginer un partage successif des centaines, dizaines et unités du nombre 1642 en 25 parts égales. Ici, comme 1642 ne contient que 16 centaines (il est impossible de les partager en 25 !), on s'intéresse aux dizaines plutôt qu'aux centaines (il y a 164 dizaines dans 1642). Lorsqu'on effectue cette division, on

[11] Geary, D.C. (2005) Les troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles. In M.-P. Noël (Ed) : *La dyscalculie*. Marseille : Solal.

[12] L'extrait de texte qui suit utilise la notion de « mémoire de travail » ; pour le comprendre il suffit de considérer qu'une bonne « mémoire de travail » est ce qui permet à la fois de maintenir l'information présente à l'esprit et d'en gérer les transformations résultant de l'activité mentale. Une « bonne mémoire de travail » est une des conditions nécessaires pour que l'élève réussisse les exercices et, donc, pour que ces exercices participent du progrès vers l'automatisation.

commence donc par évoquer le partage de 164 dizaines en 25 parts égales. Mais pour obtenir la valeur numérique de ce quotient partiel, il faut chercher : en 164 combien de fois 25 ? (4 fois 25, c'est 100 ; 6 fois 25, 150 ; le quotient partiel est 6 dizaines et le reste partiel 14 dizaines). Après avoir évoqué le partage de 164 dizaines en 25 parts égales, il faut donc évoquer le groupement par 25 des mêmes 164 dizaines : il est bien utile de savoir que les deux façons de raisonner conduisent au même résultat. Et cette équivalence entre ces deux façons de raisonner est encore utilisée à l'étape suivante, celle du partage des 142 unités restantes (14 dizaines qui restent après le calcul partiel précédent et 2 unités présentes dans le nombre de départ) en 25 parts égales : là encore, après avoir évoqué un partage, on cherche : en 142 combien de fois 25 ?

Savoir qu'à chaque étape, c'est une question du type « En *a* combien de fois *b* ? » qu'il faut se poser alors que, globalement, c'est un scénario de partage des centaines, dizaines et unités qui guide l'exécution de la procédure, aide à *planifier* et à *contrôler* l'exécution de cet algorithme. Cela aide au progrès vers l'automatisation.

L'expérience des maîtres et l'évolution des pratiques pédagogiques concernant la division

Cela n'a rien d'évident de comprendre pourquoi le partage et le groupement conduisent au même résultat et, donc, pourquoi ils relèvent de la même opération arithmétique. Dès lors, la décision de ne pas commencer l'enseignement de la division au CP mais de le différer quelque peu se justifie. Le milieu du CE2 semble un moment approprié : historiquement, c'est vers ce moment que les pratiques des maîtres ont convergé. Entre 1923 et 1970, en effet, la division figurait dans les programmes officiels du Cours unique qu'on appelait *Cours Elémentaire*. Or, au moment où s'est répandu l'usage de manuels séparés pour le CE1 et le CE2 (plutôt qu'un manuel unique pour le Cours Elémentaire), les maîtres ont, la plupart du temps, choisi de n'aborder le groupement qu'à partir du CE2. Dès cette époque, donc, c'est seulement au CE2 qu'à strictement parler, ils enseignaient la division, c'est-à-dire une opération qui ne se réduit pas au simple partage. Le ministre veut que l'école « *enseigne les quatre opérations le plus tôt possible* ». Soit, mais à la question « le plus tôt possible, c'est quand ? », l'expérience de maîtres les a conduits à répondre : au CE2. Du point de vue de la recherche, tant en didactique des mathématiques qu'en psychologie des apprentissages numériques, un tel choix apparaît raisonnable.

Cependant, aujourd'hui, alors que le symbolisme de la division n'est introduit qu'au CE2, le temps du CP et du CE1 ne doit évidemment pas être perdu : ce temps est nécessaire pour préparer l'apprentissage de la division en résolvant des problèmes de partage et de groupement à l'aide de procédures qui simulent l'action de partage ou de groupement décrite dans l'énoncé. Il est nécessaire aussi pour mémoriser des relations numériques telles que les tables de multiplications. Et cela doit se faire sous deux formats : l'élève doit savoir répondre aux questions posées sous la forme : « 3 fois 7… », mais il doit aussi savoir que, dans la table de 3, « 24, c'est 3 fois… ». La connaissance de ces relations numériques facilite grandement l'apprentissage de la division à proprement parler. Dans l'article mis en ligne par le *Café Pédagogique*, j'ai explicité très précisément une façon de concevoir la préparation de la rencontre avec la « vraie » division, celle qui permet de traiter à la fois des situations de partage et de groupement.

Des critiques peu crédibles

Dans l'ouvrage « Les programmes scolaires au piquet », la partie concernant les programmes de mathématiques au primaire a été rédigée par Rudolf Bkouche qui, lui aussi, est mathématicien et membre du GRIP. Comme les lecteurs du *Café* l'ont noté, de nombreux chercheurs pensent que les programmes de 2002 sont perfectibles, mais la critique qu'en fait Bkouche, elle, n'est guère crédible, car il condamne avec véhémence un point de vue sans avoir préalablement tenté de le comprendre.

Par exemple, les programmes de 2002 insistent sur l'intérêt des *« problèmes où les élèves sont placés en situation d'anticiper une réponse qu'ils pourront ensuite vérifier expérimentalement ».* Quiconque a travaillé avec des élèves en difficulté sait que l'usage de ce type de situations est un moyen pédagogique privilégié pour les aider à sortir de l'espèce de jeu de devinette auquel ils ramènent les tâches qu'on leur propose.

Considérons par exemple le cas de cette élève de CM1 qui, face à un problème, choisissait une opération en fonction d'indices superficiels, scrutait le regard du maître et changeait d'opération à la moindre réticence qu'elle croyait y déceler. Dans le cadre d'un travail d'aide pédagogique, je lui donne un fil, une bobine et je lui demande de me dire combien de tours on peut faire avec le fil autour de la bobine. Elle commence alors à enrouler le fil tout en comptant les tours. Après deux tours environ, je l'arrête en lui disant que je ne doute pas qu'elle sache compter (elle est en CM1 !) et je précise la tâche : il faudrait qu'elle trouve combien de tours il est possible de faire, mais *avant d'enrouler le fil* ; j'aimerais qu'elle anticipe le résultat de cet enroulement. À ce moment, je lui fournis un mètre ruban.

Elle mesure le fil (70 cm), le tour de la bobine (6 cm) et cette jeune fille qui, dans la quasi-totalité des tâches arithmétiques, cherchait à deviner la réponse qui pourrait faire plaisir au maître, se met à calculer 6 + 6 = 12 ; 12 + 6 = 18… (simulation de l'enroulement avec calculs successifs de la longueur de fil déjà utilisée), 60 + 6 = 66 ; 66 + 6 = 72. Elle barre la dernière addition (ça dépasse 70) et compte le nombre de 6 qu'elle a additionnés : onze. Elle me dit la solution « Onze tours, je peux essayer ? ». J'ai regretté ce jour-là de ne pas

avoir de caméra vidéo car, ayant enroulé le fil et ayant pris conscience que son anticipation était exacte, son visage s'est illuminé : cela faisait longtemps que cette jeune fille n'avait pas perçu que le travail avec les nombres est susceptible de donner un pouvoir d'anticipation sur la réalité, qu'il ne sert pas seulement à tenter de répondre aux devinettes du maître.
Rudolf Bkouche parle de ce genre d'activités de la manière suivante (page 45) : « *l'élève* (y) *est amené à reproduire le jeu de la science proposé par les auteurs* (des programmes*), qui consiste à deviner (pardon, "anticiper" !) un résultat qu'il peut ensuite vérifier expérimentalement. Mais de quelle science parlent les rédacteurs des programmes ? D'une forme dévoyée du triptyque "observer, raisonner, expérimenter "…/… Forme dévoyée parce que* (dans la forme non-dévoyée) *le raisonnement ne se réduit pas à une simple devinette*…».
Par méconnaissance du type d'activités évoquées par les programmes lorsqu'ils parlent de *« problèmes où les élèves sont placés en situation d'anticiper une réponse qu'ils pourront ensuite vérifier expérimentalement »,* Rudolf Bkouche commet ainsi un contresens total : il accuse ce type d'activités d'enfermer les élèves dans une attitude de devinette alors qu'elle est au contraire un moyen pédagogique privilégié pour les en sortir. Et que dire de Laurent Lafforgue qui affirme ne rien comprendre aux propos des pédagogues lorsqu'ils parlent du sens ou des significations de la division ? (*La Vie* page 24) Pourtant, Michel Delord, lui, semble comprendre ce que cela signifie lorsqu'il dit : « *Je veux bien croire que des élèves de CP se montrent inaptes à saisir tous les sens de la division »*.
En fait, les mathématiciens du GRIP semblent surtout avoir en commun une solide conviction que tout était mieux en 1923 et un rejet des « pédagogistes » qui seraient responsables de la disparition de ce temps heureux. Leurs connaissances des pratiques pédagogiques actuelles, de l'histoire des pratiques scolaires, des enjeux épistémologiques de la discipline et des apports de la psychologie scientifique à la compréhension de notions telles que l'*automatisation* ne semblent pas à la hauteur de la violence de leur rejet de l'école d'aujourd'hui. Le ministre de l'Education Nationale qui affirme se méfier des idéologies, serait prudent de ne pas s'engager dans une réforme précipitée sous la pression de tels conseillers.

Apprentissages précoces et école maternelle

Sur le site education.gouv.fr, on peut lire dans la rubrique consacrée au socle commun[13] :
« *Les programmes comporteront dorénavant des repères annuels permettant aux élèves de situer leur progression dans l'acquisition du socle. Les premiers programmes les incluant seront publiés au cours de l'année scolaire 2006-2007 en vue d'une application à la rentrée 2007.*

Des groupes d'experts composés d'inspecteurs et d'enseignants sont chargés :

- *de préparer la mise en conformité des programmes avec les finalités du socle commun ;*
- *de préciser les objectifs de chaque cycle ainsi que les repères annuels prioritaires permettant de situer les élèves dans leur progression.* »

Le ministre est évidemment dans son rôle lorsqu'il demande à des inspecteurs et des enseignants de réfléchir sur les programmes actuels et/ou sur leur application. Mais de quelles informations susceptibles de les éclairer dans leur tâche, les experts disposeront-ils ? La question mérite notamment d'être posée concernant les inspecteurs. En effet, lorsqu'on consulte le site de l'Ecole Supérieure de l'Education Nationale (ESEN), qui forme les Inspecteurs de l'Education Nationale, on ne manque pas d'être inquiet, notamment pour l'école maternelle. Des conférences en ligne sont disponibles sur ce site qui traitent de l'enseignement des mathématiques à l'école[14] ; elles ont été faites dans le cadre de la formation initiale de ces personnels mais leur mise en ligne signifie vraisemblablement que l'ESEN espère qu'elles contribuent à la formation continue des inspecteurs.

Comme l'une des principales causes des difficultés graves et durables chez les élèves est vraisemblablement un défaut de compréhension du dénombrement (les psychologues parlent souvent d'un défaut de « connaissances conceptuelles »), intéressons-nous à la conférence qui est consacrée à l'enseignement des nombres de la maternelle au CP. Elle n'est pas dépourvue de qualités (des « situations d'anticipation » intéressantes y sont décrites) mais lorsqu'on l'examine sous l'angle de la précocité des apprentissages, son contenu apparaît particulièrement inquiétant. Nous avons vu que le ministre a instrumentalisé l'« Appel des 18 » pour tenter de réhabiliter la méthode de lecture de 1923. Or, il n'y aurait rien de plus facile que d'instrumentaliser le contenu de cette conférence pour revenir, concernant le nombre à l'école maternelle, aux pratiques pédagogiques qui avaient cours à cette époque : des pratiques pédagogiques qui étaient presqu'uniquement fondées sur le comptage.

Disposer de la pluralité des points de vue

Le conférencier se réfère aux travaux de psychologues : Pierre Barouillet et Valérie Camos qui ont récemment publié un ouvrage de synthèse intitulé :

[13] http://www.education.gouv.fr/cid2770/le-socle-commun-connaissances-competences.html

[14] http://www.esen.education.fr/esentv/disciplines/maths/index_maths.phtml

« *La cognition mathématique chez l'enfant* »[15]. Il rapporte notamment ces propos du second de ces auteurs :

« L'acquisition de la chaîne numérique verbale et son usage dans les processus de quantification est déterminante (...). Ces habiletés verbales constituent en réalité les éléments à partir desquels s'édifient les acquisitions ultérieures... »

Il en conclut qu'il est important à l'école maternelle d'installer et de consolider des « *compétences techniques* » liées à la comptine verbale. Par exemple, il serait important que les enfants apprennent non seulement à réciter la comptine verbale mais aussi qu'ils apprennent à la réciter et à s'arrêter à un nombre donné N. En effet, lorsqu'un enfant est face à 7 bouteilles plastiques, par exemple, et qu'il doit aller chercher en un voyage une collections de capsules permettant de boucher ces bouteilles, quand il y a 20 capsules environ, de nombreux enfants ne s'arrêtent pas à 7 en les comptant. Comme ils ont toujours des capsules sous les yeux, ils continuent allègrement : 1, 2, 3… 4, 5, 6, 7, 8, 9… Cependant, on peut penser que la principale difficulté que rencontrent ces élèves n'est pas le fait qu'ils ne savent pas arrêter la récitation de la suite à un nombre donné (ce que les psychologues appellent une connaissance procédurale), mais le fait qu'ils ne comprennent pas pourquoi et comment le comptage permet de mesurer la taille des collections (ce que les psychologues appellent une connaissance conceptuelle). Rappelons que, sur le long terme, un défaut de connaissances conceptuelles sur le dénombrement est l'une des principales causes de difficultés graves et durables dans les apprentissages numériques.

En fait, la distinction entre connaissances procédurales et connaissances conceptuelles est au cœur du principal débat entre chercheurs. Deux ouvrages récents en attestent : d'une part celui que Pierre Barouillet et Valérie Camos ont coordonné et auquel se réfère le conférencier et d'autre part un ouvrage rédigé par Jacqueline Bideaud, Henri Lehalle et Bruno Vilette[16]. Dans la conclusion de leur ouvrage, les premiers écrivent :

« La première (des) conclusions est qu'il ne fait plus de doute aujourd'hui que les êtres humains disposent dès la naissance, ou très précocement, d'habiletés proto-numériques qui, quelle qu'en soit la nature, orientent le comportement des jeunes enfants dans les situations dont les aspects quantitatifs sont pertinents. Apparemment héritées de l'évolution et présentes chez d'autres espèces, ces capacités iraient au-delà d'un sens naturel et fondamental du nombre et de la quantité et incluraient une compréhension intuitive de l'arithmétique simple. Ces découvertes rendent aujourd'hui obsolète la conception piagetienne d'un jeune enfant prisonnier d'une pensée égocentrique ne lui permettant pas de comprendre ce qu'est le nombre et la centration exclusive sur la réussite aux tâches de conservation du nombre comme passage obligé vers une réelle mathématisation des situations. Il semble donc que les approches pédagogiques puissent trouver dans ces conceptions intuitives une base sur laquelle fonder les premiers apprentissages sans craindre de détourner par là les enfants d'une réelle compréhension du nombre, de l'arithmétique, et plus généralement des mathématiques. »

Quant à Jacqueline Bideaud, Henri Lehalle et Bruno Vilette, on lit dans la conclusion du leur :

*« Quelles que soient les critiques pertinentes ou fallacieuses formulées à son encontre, on ne peut ignorer – ou feindre d'ignorer – la contribution majeure (*de Piaget et*) de l'Ecole de Genève. Il paraît difficile d'étudier l'acquisition de la suite numérique et celle du calcul arithmétique sans prendre en compte conjointement le développement des relations logiques sous-jacentes : équivalence, transitivité, inclusion, etc. Les difficultés d'ordre conceptuel et non seulement d'ordre procédural, auxquelles sont confrontés les enfants dans l'acquisition du calcul et de la résolution de problèmes arithmétiques, témoignent du bien-fondé de l'approche piagétienne et de son actualité persistante au-delà des critiques »*

*« (*Les*) deux genèses – genèse du nombre dans l'histoire des hommes, genèse du nombre dans la théorie piagétienne – donnent des repères, lancent des signaux, des mises en garde. Elles nous ont prévenu et préviennent contre l'innéisme radical des "concepts", contre les interprétations qui outrepassent les faits, et contre la focalisation sur l'aspect procédural ou comportemental des conduites au détriment de la conceptualisation sous-jacente. »*

Pour éviter toute confusion, il convient d'emblée de préciser que Valérie Camos et Pierre Barouillet ne sont évidemment pas les théoriciens innéistes visés dans le texte ci-dessus (il faut plutôt regarder dans la direction de chercheurs américains comme Rochel Gelman et Karen Wynn) et que leur critique de la théorie piagétienne est tout à fait pertinente. Disons seulement que : 1°) Les deux équipes d'auteurs n'ont pas envie de mettre en avant les mêmes éléments de l'héritage piagétien et 2°) Elles ne pointent pas le même danger menaçant les approches pédagogiques du nombre : ce serait une absence d'apprentissages numériques à l'école maternelle selon la première équipe et des apprentissages numériques centrés sur leurs aspects procéduraux ou comportementaux selon la seconde.

Par ailleurs, Pierre Barouillet, Valérie Camos ne se désintéressent évidemment pas des connaissances conceptuelles. Cependant, celles-ci apparaissent moins cruciales lorsqu'on pense que l'enfant, grâce au comptage notamment, dispose de manière précoce d'une « *compréhension intuitive de l'arithmétique simple* » susceptible de le guider, que lorsqu'on pense que l'enfant doit construire sur le plan logique cette compréhension ou encore lorsqu'on pense, comme l'auteur de ces lignes, que le comptage a fondamentalement un rôle ambivalent dans le progrès

[15] Barrouillet P. & Camos V. (2006) *La cognition mathématique chez l'enfant*. Marseille : Solal.

[16] Bideaud J., Lehalle H. & Vilette B. (2004), *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*. Villeneuve d'Ascq : Presses Universitaires du Septentrion.

des enfants : accélérateur d'apprentissage chez les enfants qui ont conceptualisé les premiers nombres, il freine le progrès de certains qui sont rentrés dans le comptage de manière purement rituelle et ne comprennent pas qu'il permet de mesurer la taille des collections[17].

Remarquons que tous les auteurs précédents s'inscrivent dans le cadre de la psychologie expérimentale et le fait que les uns et les autres n'aient pas la même perspective épistémologique ne les empêche nullement de s'accorder sur des faits avérés : celui, par exemple, qu'une des principales causes des difficultés graves et durables en arithmétique élémentaire réside vraisemblablement dans un défaut de connaissances conceptuelles concernant le dénombrement.

Quel est le principal danger menaçant la pédagogie du nombre à l'école maternelle ?

En fait, la méfiance vis-à-vis du comptage chez les enseignants d'école maternelle est bien antérieure à la réforme de 1970 et à la prise en compte des travaux de l'Ecole de Genève. Elle trouve son origine dans les incompréhensions que les maîtres observaient chez leurs élèves[18]. Il est vrai que pendant une quinzaine d'années, cette méfiance a pris une forme extrême. En 1982, on pouvait encore lire dans *Le Monde de l'Education* que, « pour des enfants de cinq ans, apprendre à compter jusqu'à dix n'a guère d'utilité (sinon faire plaisir aux parents) ». On sait que le comptage a pratiquement été banni des écoles maternelles pendant près de 15 ans (1970-1985).
Son retour en force s'est amorcé avec les Instructions Officielles de 1985. Malheureusement, vingt ans après, on peut craindre que le « balancier » se dirige aujourd'hui dans la position extrême opposée. Considérons ainsi l'un des ouvrages pédagogiques les plus préconisés par les formateurs parce qu'on y trouve de nombreuses descriptions d'activités intéressantes[19]. Lorsque cet ouvrage s'intéresse aux premiers apprentissages numériques, il recommande l'enseignement du dénombrement de collections jusqu'à 5 ou 6 unités *dès la petite section* (page 67 de l'édition 2004). Il y a 20 ans, on ne dénombrait plus du tout à l'école maternelle, pas même en grande section, il faudrait aujourd'hui dénombrer jusqu'à 5 ou 6 dès la petite section ! Par ailleurs, lorsqu'un enfant de petite section commet des erreurs de comptage, il est recommandé dans cet ouvrage de lui décrire ce que serait le bon comportement : « *Tu vois, il faut dire un mot à la fois en même temps que tu regardes un jeton* », « *Il faut savoir la suite : un, deux, trois, quatre, cinq* » ou encore : « *il faut toujours commencer par un* ».
Dans la conférence de l'ESEN sur le sujet, les représentations analogiques du nombre que constituent les *collections-témoins* sont confondues avec les images que sont les constellations ou les configurations de doigts (le conférencier parle de « figures des nombres ») : il ne reste rien des alarmes de Piaget concernant les limites de ce qu'il appelait la « pensée figurative ».

Aujourd'hui, le principal danger menaçant la pédagogie du nombre à l'école maternelle n'est vraisemblablement plus un manque d'apprentissages numériques à ce niveau de la scolarité : c'est la mise en œuvre de pratiques pédagogiques qui négligent les aspects conceptuels de l'activité parce qu'elles sont centrées sur ses aspects procéduraux ou comportementaux et parce que ces pratiques confondent les aspects figuratif et opératif de la pensée.

Considérons par exemple le cas d'un enfant qui n'a pas encore compris que lorsqu'on compte deux collections, la plus nombreuse des deux est celle dont le comptage « va le plus loin », qui n'a pas compris que le comptage permet de mesurer la taille des collections. Que peut signifier pour lui un entraînement systématique à réciter la suite verbale jusqu'à un nombre donné ? Et un entraînement systématique à la récitation de la même suite à partir d'un nombre donné, en s'arrêtant à un nombre donné (cela aussi est recommandé dans la conférence de l'ESEN) ?

A quoi cela sert-il à un enfant de savoir dire « trois » quand on lui montre le pouce, l'index et le majeur, s'il ne sait pas qu'une collection constituée de l'index, du majeur et de l'annulaire a la même taille ? Construire une collection-témoin nécessite de prélever des unités dans un stock (des buchettes, des doigts…). Si les éléments matériels qui représentent les unités n'apparaissent pas comme substituables, c'est la notion même d'unité qui disparaît ! Il est impossible de parler avec pertinence de la représentation analogique et exacte des nombres sans évoquer la nécessaire substituabilité des unités de la collection utilisée pour la représentation ; il est impossible d'en parler en faisant l'économie du *concept de collection-témoin*[20].

[17] Brissiaud (1995) Une analyse du comptage en tant que pratique langagière en souligne le rôle ambivalent dans le progrès de l'enfant, in J.-P. Astolfi & G. Ducancel (éd.), *Apprentissages langagiers, apprentissages scientifiques*, Repères, 12, 143-164.

[18] Brissiaud R (2003) *Comment les enfants apprennent à calculer (seconde édition) ; Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*. Paris : Retz

[19] Valentin D. (2004) *Découvrir le monde avec les mathématiques. Situations pour la petite et la moyenne section.* Paris : Hatier.

[20] Brissiaud R. (1991) Un outil pour construire le nombre : les collections-témoins de doigts, in J. Bideaud, C. Meljac &

D'aucuns pourraient considérer que la problématique de la conceptualisation n'est pas absente de cette conférence de l'ESEN. En effet, le conférencier répond à la question : « A quoi servent les nombres ? » (garder la mémoire des quantités…), il présente des problèmes d'anticipation intéressants (problèmes de commande par exemple). Par ailleurs, dans la conférence, la présentation des nombres sous leur double aspect, cardinal et ordinal, semble fonctionner comme une définition du nombre. Ce n'est pas le lieu de le faire, mais il serait facile de montrer qu'il ne suffit pas de se focaliser sur les usages des nombres pour comprendre les nombres. Par ailleurs, Fuson et Hall[21] ont analysé l'usage des mots « ordinal » et « cardinal » qui est celui des mathématiciens. Ils montrent que cet usage n'aide guère le psychologue ou le pédagogue qui cherche à comprendre la façon dont les enfants s'approprient la signification des mots-nombres.

Ainsi, la conférence de l'ESEN restitue très mal la diversité des points de vue concernant l'enseignement des nombres de la maternelle au CP. Les inspecteurs ne sont même pas informés de l'existence d'autres approches que celle qui leur est exposée. C'est d'autant plus dangereux que ces personnes disposent de l'autorité administrative. On peut malheureusement craindre que ce type de formation conduise les inspecteurs du groupe d'experts à définir « *les repères annuels prioritaires permettant de situer les élèves dans leur progression* (vers l'appropriations du socle commun) » en se centrant sur les aspects procéduraux ou comportementaux de l'activité. On peut d'autant plus le craindre que le conférencier y présente des résultats expérimentaux qui, de façon trompeuse, laissent penser que de nombreux enfants comprennent le dénombrement de manière très précoce.

Des résultats expérimentaux trompeurs

Pour appuyer la thèse selon laquelle les enfants comprennent de manière précoce le dénombrement, le conférencier présente le tableau suivant sous le titre : « Le dénombrement un à un ; quelques repères ».

	3 ans	4 ans	5 ans
7 objets	19%	47%	80%
11 objets	5%	37%	47%

Ces résultats apparaissent surprenants : doit-on prendre pour repère le fait que 19% des enfants de 3 ans et 47% des enfants de 4 ans savent dénombrer une collection de 7 objets ? Si c'est le cas, il devient effectivement raisonnable d'enseigner le dénombrement jusqu'à 5 ou 6 dès la petite section. Cependant le conférencier invite à utiliser ces chiffres avec prudence parce qu'ils sont anciens. En fait, comme les enfants n'ont sûrement pas régressé dans ce domaine, on comprend mal cette mise en garde.

Rien n'est dit concernant l'origine de ces chiffres sinon qu'ils sont anciens et qu'ils correspondraient à un usage des différents « principes du comptage ». Cette manière de s'exprimer renvoie évidemment à la théorie innéiste de Gelman et il est probable qu'ils ont été prélevés dans un article en français qui parle de ces travaux. Cependant, le plus souvent, de tels chiffres sont inintelligibles sauf à se reporter au texte original, en l'occurrence l'ouvrage que Rochel Gelman a écrit en 1978 avec Randy Gallistel[22]. Lorsqu'on examine les conditions dans lesquelles ils ont été obtenus, on s'aperçoit que le tableau précédent renvoie une vision particulièrement déformée des compétences réelles en dénombrement des enfants d'âges correspondants.

Rappelons que, selon Rochel Gelman, les enfants comprendraient de manière innée ce qu'elle appelle « les principes du comptage ». Les chiffres précédents sont obtenus dans une expérience visant à évaluer cette connaissance des « principes du comptage ». Dans ce type d'expérience, il faut savoir que la connaissance de ces principes est évaluée séparément. Dans celle qui nous intéresse, par exemple, les enfants sont soumis six fois au comptage d'une collection de 7 jetons et pour chaque comptage, l'expérimentateur prélève trois sortes d'informations :

- Il note si l'enfant a utilisé 7 mots différents en pointant chacun des 7 jetons. Lorsque l'enfant a dit : « un, deux, trois, cinq, six, huit, dix » ou toute autre suite de 7 mots différents lors de *quatre* des *six* comptages qui lui sont proposés, il est considéré comme connaissant le « principe de correspondance terme à terme » ;
- Il note si l'enfant utilise toujours la même suite de mots. Lorsque l'enfant a utilisé la même suite de mots lors de *quatre* des *six* comptages qui lui sont proposés, il est considéré comme connaissant le « principe de suite stable » ; il importe de remarquer que les quatre comptages pris en considération pour apprécier si l'enfant possède ce principe ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux qui sont pris en considération pour apprécier le « principe de correspondance terme à terme ».

J.-P. Fischer (ed.), *Les chemins du nombre*, p. 59-90. Lille : Presses Universitaires

[21] Fuson K. & Hall J. (1983) The acquisition of early number word meaning. In H. Ginsburg (ed.), *The developpment of children's mathematical thinking* (49-107). New-York : Academic Press

[22] Gelman, R. & Gallistel, R. (1978). The child's understanding of number. Cambridge, MA

- Il note si l'enfant a répété le dernier mot-nombre (dix, dans l'exemple du comptage : « un, deux, trois, cinq, six, huit, dix ») ou changé d'intonation pour prononcer ce dernier mot-nombre. *Il suffit qu'il l'ait fait lors d'un seul des six comptages* proposés, pour être considéré comme connaissant le « principe cardinal »[23].

De plus, dans ce genre d'écrit, aux Etats-Unis, 3 ans signifie « dans sa 3e année », c'est-à-dire entre 3 ans 1 mois et 3 ans 11 mois[24].
Les pourcentages du tableau présenté par le conférencier doivent donc se comprendre ainsi : 19% des 21 enfants qui participaient à l'expérience et étaient dans leur troisième année (4 enfants, donc), se sont révélé posséder les trois « principes » lorsqu'on les évalue séparément comme ci-dessus. Ainsi, 4 enfants sur les 21, peut-être les quatre enfants du groupe qui sont les plus âgés, ceux qui ont presque 4 ans, se sont vu attribuer la connaissance des « principes ». Il est tout à fait possible qu'aucun de ces enfants n'ait réussi complètement un seul des six comptages d'une collection de 7 unités qu'on leur a proposés.
Comment peut-on présenter 19% comme un « pourcentage – repère » permettant d'apprécier la maîtrise du dénombrement un à un d'une collection de 7 unités par les enfants de 3 ans alors que ce nombre renvoie peut-être au comportement d'enfants ayant presque 4 ans et dont aucun n'a peut-être réussi un seul dénombrement d'une collection de cette taille ? Le problème que posent ces chiffres n'est pas qu'ils soient anciens mais qu'ils reflètent de manière trompeuse la réalité qu'ils sont censés décrire.
Un effet possible d'une telle présentation est que les inspecteurs, sur le terrain, soient déçus par les performances des élèves de leur circonscription quand ils les comparent à celles du tableau et qu'ils signifient aux professeurs d'écoles maternelles qu'il est possible d'obtenir de meilleures performances avec leurs élèves et de manière plus précoce. Ces professeurs d'écoles, ainsi pressés, risquent de verser dans une pédagogie de plus en plus exercisante et de se focaliser de plus en plus sur les aspects procéduraux et comportementaux du progrès, au détriment de ses aspects conceptuels. Ce même effet pourrait résulter d'une décision administrative faisant injonction à l'ensemble des enseignants de maternelle de mieux enseigner les nombres à leurs élèves en commençant par un enseignement plus « systématique » et plus « précoce » de ce qui serait élémentaire : compter.

[23] Cette façon d'apprécier la compréhension de la signification cardinale du dernier mot –nombre a, dès 1978, été très critiquée : Karen Fuson, par exemple, souligne qu'on risque de confondre une authentique compréhension de la signification cardinale du dernier mot prononcé avec l'usage d'une « règle du dernier mot prononcé » : il faut le répéter.
[24] Ces pourcentages ont été publiés dans un livre (et non dans une revue scientifique) et les auteurs se sont autorisés à ne fournir ni moyennes, ni écarts-types.

Précocité, automatisation, conceptualisation et socle commun

Lorsque le principal « théoricien » du GRIP, Michel Delord, dit : « *Je veux bien croire que des élèves de CP se montrent inaptes à saisir tous les sens de la division. Mais ils peuvent déjà apprendre la technique, celle de la potence, et acquérir des automatismes. Ils comprendront mieux plus tard. Hier, les maîtres ne craignaient pas de dire : "C'est comme ça !"* », il défend l'idée que l'automatisation, dans un premier temps, pourrait se passer de la compréhension (ou, en parlant comme les psychologues, de la conceptualisation).
Or, concernant divers concepts arithmétiques, les connaissances scientifiques disponibles vont à l'encontre d'un tel point de vue. On sait par exemple que ce n'est pas à force de réciter les résultats des additions élémentaires que les élèves les mémorisent (ce qui explique que les « tables d'addition » n'aient jamais eu, dans l'école française, le même statut que les « tables de multiplication »). On sait de plus qu'une telle absence de mémorisation, sur une longue durée, est l'un des principaux signes de difficultés graves et durables avec les nombres. On sait enfin, qu'une des principales causes de ces difficultés réside vraisemblablement dans un défaut de *compréhension* du dénombrement.
Un « groupe d'experts » va donc se mettre en place avec, comme cahier des charges, « *de préparer la mise en conformité des programmes avec les finalités du socle commun* », c'est-à-dire de réfléchir aux moyens *« de créer aussi tôt que possible à l'école primaire des automatismes en calcul »*. On ne peut pas s'empêcher de mettre en relation les formulations de ce cahier des charges avec celles qu'utilise Delord. Si le groupe de travail devait, comme ce mathématicien le prône, sacrifier la compréhension sur l'autel de l'automatisation, il est pratiquement certain qu'à rebours des intentions affichées par le ministre, l'échec scolaire en mathématiques s'en trouverait renforcé.
Si l'on veut améliorer les pratiques pédagogiques, c'est au contraire la précocité de la conceptualisation qu'il faut mettre en avant :

- Prôner l'introduction des symboles arithmétiques dans des situations variées plutôt que dans les situations typiques auxquelles ils sont rattachés.
- Prôner l'enseignement *précoce* des stratégies de calcul mental qui favorisent la conceptualisation : 102 – 6 ne se calcule pas mentalement de la même manière que 102 – 94 et l'élève qui dispose précocement des deux sortes de stratégies progresse plus rapidement dans

la conceptualisation de la soustraction que celui qui n'en dispose pas[25].

- Alerter les enseignants sur le fait qu'on observe des décalages développementaux extrêmement importants dans la réussite aux problèmes non-typiques relevant d'une opération arithmétique donnée[26]. Les alerter sur le fait qu'en exigeant trop précocement l'emploi de la « bonne opération » de la part de tous les élèves, le pédagogue risque d'en faire dysfonctionner certains de manière durable.
- Etc.

Mais c'est peut-être concernant les apprentissages numériques à l'école maternelle que la situation présente est la plus inquiétante. En effet, c'est vraisemblablement à ce niveau de la scolarité, que les difficultés graves et durables en mathématiques trouvent leur origine. Or, cela fait déjà quelque temps que le souci de la précocité de l'automatisation conduit à des pratiques pédagogiques contestables. Ce n'est pas sous l'influence du GRIP, mais sous celle de théories innéistes que l'automatisation est apparue urgente à divers pédagogues. Lorsqu'on retient seulement des travaux des psychologues que : *« L'acquisition de la chaîne numérique verbale et son usage dans les processus de quantification est déterminante (...). »*, que : *« Ces habiletés verbales constituent en réalité les éléments à partir desquels s'édifient les acquisitions ultérieures... »*, il est clair qu'on est fortement tenté d'installer précocement des « compétences techniques » liées à la comptine verbale.

Cependant, là encore, il convient de revenir aux connaissances scientifiques disponibles et s'il est évident que les compétences numériques de l'homme seraient inimaginables sans les compétences langagières qui sont les siennes, il est tout aussi évident que, comme l'écrivait récemment Michel Fayol en pensant aux théories innéistes du nombre : « *l'acquisition de la signification cardinale des noms de nombres soulève (des) problèmes qui ont été largement sous-estimés dans les travaux relatifs à la cognition arithmétique* » [27]. Il est vraisemblable que la conceptualisation des premiers nombres dépende fortement de dialogues avec les enfants (de petite section notamment) où les mots-nombres ne sont pas utilisés dans le contexte du comptage[28].

A l'école maternelle comme à l'école élémentaire, si l'on veut améliorer les pratiques pédagogiques, c'est vraisemblablement la précocité de la conceptualisation qu'il faut mettre en avant et non celle de l'automatisation :

- Favoriser en petite section la conceptualisation des 3 premiers nombres plutôt que l'enseignement du comptage des collections de 5 ou 6 unités ;
- Favoriser en petite section des dialogues où l'enseignant « parle » le nombre 3, par exemple, en le décrivant comme « un, un et encore un » ou comme « deux et encore un » plutôt que de compter « un, deux, trois » ;
- Favoriser en petite section l'usage *d'authentiques* collections-témoins de 1, 2 ou 3 doigts (ces collections sont authentiques si, pour l'enfant, elles *témoignent* du nombre qu'il s'agit de communiquer par leur *taille* et non par leur *configuration*).
- Etc.

Pour conclure, peut-être faut-il être abrupt : ce qui est demandé au futur « groupe d'experts » relève d'une mission impossible. Sauf à être d'une mauvaise foi accomplie, les personnes sollicitées ne pourront que prendre conscience qu'elles sont otages de débats politiques, épistémologiques, scientifiques et pédagogiques qui les dépassent largement. Si la lutte contre l'échec scolaire est bien l'objectif recherché, la méthode choisie n'est pas la bonne : dans un domaine, l'enseignement des mathématiques à l'école, qui n'a fait l'objet d'aucun débat ces dernières années, c'est du temps de ce débat dont nous avons besoin et non de la rédaction précipitée d'aménagements aux programmes actuels.

Herblay, septembre 2006

---

[25] Fuson K. & Willis G. (1988) Substracting by counting up : more evidence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 402-420.

[26] Riley, M. & Greeno, J. (1988) *Ibid*

[27] Fayol, M. (2002) Le facteur verbal dans les traitements numériques : perspective développementale, in J. Bideaud & H. Lehalle (éd.), Traité des sciences cognitives : le développement des activités numériques chez l'enfant, p. 151-173, Paris : Hermes.

[28] Brissiaud R. (2003) *Ibid*